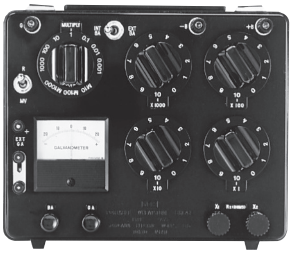
5/7 から２週間程度の課題：情報通信系列２年

２年生

下記ページを提出可能な用紙に書写（図、表、注釈のぞく）すること。

2 電気回路の計算



ホイートストンブリッジ

精密な抵抗の測定には，ホイートストンブリッジが利用されている。この装置は，抵抗および検流計などを組み合わせてつくられている。

この節では，いくつかの抵抗を接続したときの合成抵抗の求め方と，複雑な電気回路の計算に用いられるキルヒホッフの法則，およびホイートストンブリッジについて学ぶ。

1 簡単な直流回路の計算

1 抵抗の直列接続

図 1 (a)のように，抵抗を一列に連ねて接続する方法を，**直列接続**❶という。この接続方法では，抵抗 R_1 [Ω] を流れた電流 I [A] は，抵抗 R_2 [Ω] にも同じ大きさで流れる。電圧降下 V_1，V_2 [V] は，オームの法則により，次の式で表される。

$$\left.\begin{aligned} V_1 &= R_1 I \ \text{[V]} \\ V_2 &= R_2 I \ \text{[V]} \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

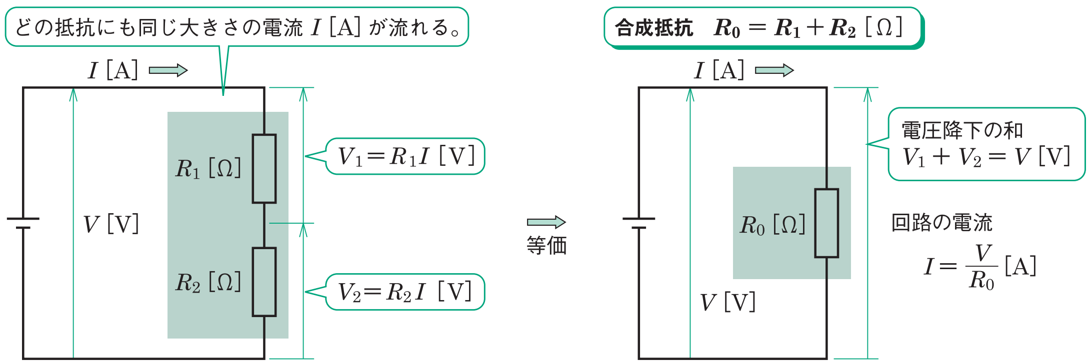
各電圧降下の和が，電源電圧 V [V] と等しくなるので，

$$V = V_1 + V_2 = (R_1 + R_2)I \ \text{[V]} \tag{2}$$

ここで，$R_0 = R_1 + R_2$ [Ω] とすると，次のようになる。

$$V = R_0 I \ \text{[V]} \tag{3}$$

❶ series connection



(a) 2個の抵抗の直列接続　　(b) 等価回路

図 1　抵抗の直列接続

合成抵抗 式(1)，(3)より，電源電圧 V [V] が等しければ，図(a)，(b)の回路に流れる電流 I [A] は同じである。このとき，図(a)と図(b)の回路は等価であるといい，図(b)の回路を図(a)の回路の**等価回路**❶という。R_0 は，直列回路における抵抗 R_1，R_2 [Ω] の**合成抵抗**❷といい，次の式で表される。

> ●直列接続の合成抵抗 $\quad \boldsymbol{R_0 = R_1 + R_2}$ [Ω]❸ (4)

> **例題 1** 図 1 (a)において，$R_1 = 10$ Ω，$R_2 = 20$ Ω，$I = 5$ A のとき，各抵抗に加わる電圧 V_1，V_2 [V] と電源電圧 V [V] および合成抵抗 R_0 [Ω] を求めよ。

解 答 式(1)より，$V_1 = R_1 I = 10 \times 5 = \mathbf{50\ V}$，$V_2 = \mathbf{100\ V}$

式(2)より，$V = V_1 + V_2 = 50 + 100 = \mathbf{150\ V}$

式(3)より，$R_0 = \dfrac{V}{I} = \dfrac{150}{5} = \mathbf{30\ \Omega}$

または，式(4)より，$R_0 = R_1 + R_2 = 10 + 20 = \mathbf{30\ \Omega}$

問 1 図 1 (a)において，$R_1 = 15$ Ω，$R_2 = 5$ Ω，電源電圧 $V = 30$ V のとき，合成抵抗 R_0 [Ω] と回路の電流 I [A] を求めよ。

電圧の分圧 図 1 (a)において，回路に流れる電流 I [A] は式(1)，(2)より，次のようになる。

$$I = \frac{V_1}{R_1} = \frac{V_2}{R_2} = \frac{V}{R_1 + R_2}\ \text{[A]} \qquad (5)$$

したがって，各抵抗における電圧降下 V_1，V_2 [V] は，次の式で表される。

$$\left.\begin{aligned} V_1 &= \frac{R_1}{R_1 + R_2} V\ \text{[V]} \\ V_2 &= \frac{R_2}{R_1 + R_2} V\ \text{[V]} \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

このように，回路に加えた電圧 V [V] は，式(6)で表される電圧 V_1，V_2 [V] に分けられる。これを**電圧の分圧**❹という。

❶ equivalent circuit

❷ combined resistance

❸一般に，抵抗 R_1，R_2，R_3，……，R_n [Ω] を 直列接続した場合の合成抵抗 R_0 [Ω] は，次の式で表される。

$R_0 = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots + R_n$

❹一般に，抵抗 R_1，R_2，R_3，……，R_n [Ω] を直列接続した場合の各抵抗における電圧降下は，合成抵抗 R_0 を用いて次の式で表される。

$V_1 = \dfrac{R_1}{R_0} V$，……，

$V_n = \dfrac{R_n}{R_0} V$

ただし，$R_0 = R_1 + R_2 + \cdots + R_n$ である。

例題 2　図 1 (a) において，$R_1 = 10\,\Omega$，$R_2 = 15\,\Omega$，電源電圧 $V = 100\,\mathrm{V}$ のとき，各抵抗に加わる電圧 V_1，V_2 [V] を求めよ。

解答　式(6)より，

$$V_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V = \frac{10}{10 + 15} \times 100 = \mathbf{40\ V}$$

$$V_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V = \frac{15}{10 + 15} \times 100 = \mathbf{60\ V}$$

問 2　図 1 (a)において，$R_1 = 12\,\Omega$，$R_2 = 8\,\Omega$，電源電圧 $V = 35\,\mathrm{V}$ のとき，各抵抗に加わる電圧 V_1，V_2 [V] を求めよ。

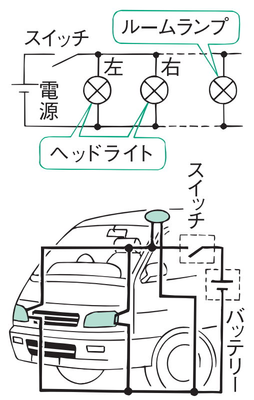
2 抵抗の並列(へいれつ)接続

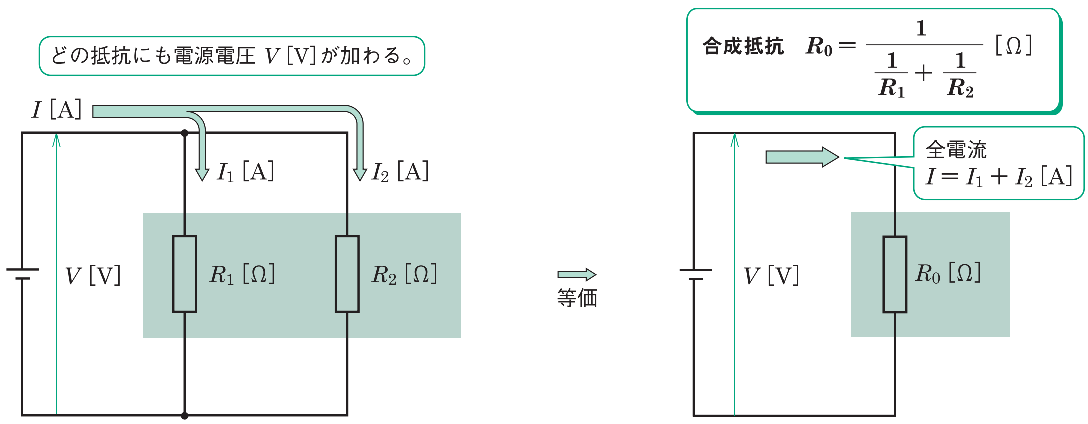
図 2 (a)のように抵抗を並べ，それぞれの両端をまとめて接続する方法を，**並列接続**❶という。この接続方法では，抵抗 R_1，R_2 [Ω] には，電源電圧 V [V] が同じ大きさで加わり，それぞれ電流 I_1，I_2 [A] が流れる。各抵抗に流れる電流 I_1，I_2 [A] は，オームの法則により，次の式で表される。

$$\left.\begin{aligned} I_1 &= \frac{V}{R_1}\ [\mathrm{A}] \\ I_2 &= \frac{V}{R_2}\ [\mathrm{A}] \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

各抵抗を流れる電流の和を I [A] とすると，次のようになる。

❶ parallel connection
自動車の照明用電気回路は，下図のように，並列接続になっている。





(a) 2個の抵抗の並列接続　　(b) 等価回路

図２　抵抗の並列接続

$$I = I_1 + I_2 = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2}$$

$$= \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) V \text{ [A]} \qquad (8)$$

合成抵抗　図2(a)の回路は，図(b)のように書くことができ，これを等価回路という。等価回路の R_0 [Ω] を**合成抵抗**といい，次の式で表される。

●並列接続の合成抵抗

$$\boldsymbol{R_0 = \frac{1}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} \text{ [Ω]} \qquad (9)$$

[1]

例題3　図2(a)において，$R_1 = 80$ Ω，$R_2 = 20$ Ω，$V = 100$ V のとき，電流 I_1，I_2 [A] および合成抵抗 R_0 [Ω] を求めよ。

解答　式(7)，(9)より，

$$I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{100}{80} = \mathbf{1.25\ A},\quad I_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{100}{20} = \mathbf{5\ A}$$

$$R_0 = \frac{1}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{80 \times 20}{80 + 20} = \frac{1\,600}{100} = \mathbf{16\ Ω}$$

（合成抵抗の別解）　$I = I_1 + I_2 = 1.25 + 5 = 6.25$ A

$$R_0 = \frac{V}{I} = \frac{100}{6.25} = \mathbf{16\ Ω}$$

電流の分流　図2(a)において，電源電圧 V [V] は，オームの法則と式(9)により，次のようになる。

$$V = R_1 I_1 = R_2 I_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I \text{ [V]} \qquad (10)$$

したがって，各抵抗に流れる電流 I_1，I_2 [A] は，次の式で表される。

$$\left.\begin{aligned} I_1 &= \frac{1}{R_1} \times \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I \text{ [A]} \\ I_2 &= \frac{1}{R_2} \times \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I \text{ [A]} \end{aligned}\right\} \qquad (11)$$

このように，回路に流れる全電流 I [A] は，電流 I_1，I_2 [A] に分けられる。これを**電流の分流**[2]という。

❶一般に，抵抗 R_1，R_2，R_3，……，R_n [Ω] を並列接続したときの合成抵抗 R_0 [Ω] は，次の式で表される。

$$R_0 = \frac{1}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} + \cdots + \dfrac{1}{R_n}}$$

$$R_0 = \frac{R_1 R_2 \leftarrow \text{積}}{R_1 + R_2 \leftarrow \text{和}}$$

❷一般に，抵抗 R_1，R_2，R_3，……，R_n [Ω] を並列接続した場合の各抵抗に流れる電流は，合成抵抗 R_0 を用いて次の式で表される。

$$I_1 = \frac{R_0}{R_1} I,\ \cdots\cdots,$$

$$I_n = \frac{R_0}{R_n} I$$

ただし，$R_0 = \dfrac{1}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} + \cdots + \dfrac{1}{R_n}}$

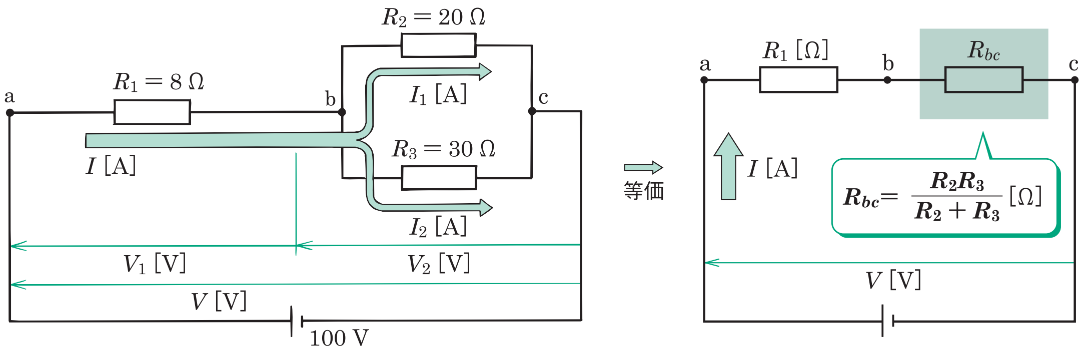
である。

問 3 図2(a)において，電流 $I = 20$ A，抵抗 $R_1 = 2\,\Omega$，$R_2 = 3\,\Omega$ のとき，合成抵抗 R_0 [Ω] および各抵抗に流れる電流 I_1，I_2 [A] を求めよ。

問 4 1.2 kΩ の抵抗を 2 つ直列に接続したときの合成抵抗を求めよ。また，並列に接続したときの合成抵抗を求めよ。

3 抵抗の直並列接続

電気回路では，抵抗をいろいろと組み合わせて使用する。図3(a)のように，直列接続と並列接続を組み合わせた接続方法を，**直並列接続**という。図のような接続方法の場合は，並列接続の部分を先に計算し，図(b)の等価回路のように一つの抵抗で表してから計算するとよい。



(a) 直並列回路　　**(b) 等価回路**

図3　抵抗の直並列接続

例題 4 図3(a)の回路において，電流 I，I_1，I_2 [A] および電圧 V_1，V_2 [V] を求めよ。

解答 b–c 間の合成抵抗 R_{bc} [Ω] は，

$$R_{bc} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{20 \times 30}{20 + 30} = 12\,\Omega$$

したがって，a–c 間の合成抵抗 R_{ac} は，図3(b)の等価回路から，

$$R_{ac} = R_1 + R_{bc} = 8 + 12 = 20\,\Omega$$

したがって，回路に流れる電流 I [A] は，次のようになる。

$$I = \frac{V}{R_{ac}} = \frac{100}{20} = \mathbf{5\ A}$$

a–b 間，b–c 間の電圧 V_1，V_2 [V] は，オームの法則により，次の式で求められる。

$$V_1 = R_1 I = 8 \times 5 = \mathbf{40\ V},\quad V_2 = R_{bc} I = 12 \times 5 = \mathbf{60\ V}$$

また，電流 I_1，I_2 [A] は，$V_2 = 60$ V より，次のようになる。

$$I_1 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{60}{20} = \mathbf{3\ A}$$

$$I_2 = \frac{V_2}{R_3} = \frac{60}{30} = \mathbf{2\ A}$$

問 5 図 4 の回路で，電圧 V [V] がわからないとして，電流 $I = 10$ A のとき，電流 I_1，I_2 [A]，電圧 V_1，V_2 [V] および V [V] を求めよ。

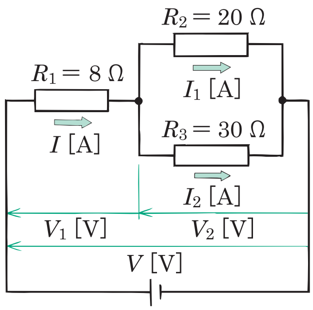


図4

4 直列抵抗器と分流器

直列抵抗器　抵抗の直列接続の応用として，直流電圧計の測定範囲を拡大する方法を考えてみる。図 5 (a)において，電源電圧を V [V]，回路に流れる電流を I_v [A]，電圧計の**内部抵抗**[1]を r_v [Ω]，直列に接続する抵抗（この抵抗を**直列抵抗器**[2]という）を r_m [Ω]，電圧計に加わる電圧を V_v [V] とすれば，分圧の式(6)より，次の式がなりたつ。

$$V = \frac{r_m + r_v}{r_v} V_v = \left(1 + \frac{r_m}{r_v}\right) V_v = m V_v \tag{12}$$

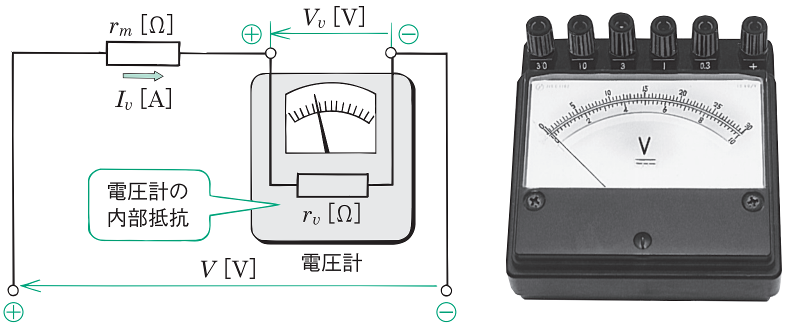
ここで m は，次の式で表される。

$$m = 1 + \frac{r_m}{r_v} \tag{13}$$

この m を**直列抵抗器の倍率**という。式(13)より，r_m を適当に選べば，電圧計に加わる電圧 V_v の m 倍の電圧を測定することができる。

❶電圧計の内部にあるコイルなどの抵抗をいう。電圧計や電流計などの電気計器（第 5 章で学ぶ）は，内部抵抗を持っている。

❷ series resister
倍率器（multiplier）ともいう。



（a）直列抵抗器　　（b）多重範囲電圧計[3]

図5　直列抵抗器

❸多重範囲電圧計とは，一つの電圧計で二つ以上の直列抵抗器を持つ電圧計をいう。直列抵抗器は，一般に電圧計に内蔵されている。