

数学課題

【対象クラス】 総合学科：1 年：全クラス

2 年：人文・通信

3 年：人文・通信

海洋技術科：1～3 年

【課題内容】

「教科書 p 2 0 ～ p 3 0 の例 1 1 ～例 2 3、例題 3」

をノートやルーズリーフ等を各自準備して問題・解答（途中式等も）

を写本する。

成績及びテスト範囲に含みます。

文字式のきまり

ねらい 文字を含んだ式の表し方を学ぼう。

文字式のきまり

花見のために、1 辺が a m の正方形のレジャーシートを横 1 列に並べ敷くとき、並べた全体の横の長さは

$$1 \text{ 枚では } a \times 1 \text{ (m)}$$

$$2 \text{ 枚では } a \times 2 \text{ (m)}$$

$$3 \text{ 枚では } a \times 3 \text{ (m)}$$

b 枚敷いたときの全体の横の長さは

$$a \times b \text{ (m)}$$

である。

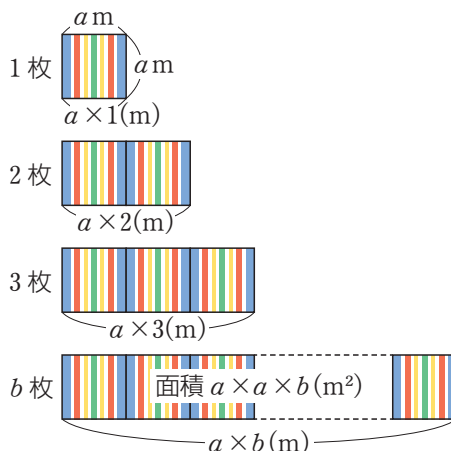
また、敷きつめたシートの面積は

$$a \times a \times b \text{ (m}^2\text{)}$$

である。



桜並木 (福島県)



上の例のように、文字を使って表される式を **文字式** という。

文字式には次のようなきまりがある。

文字式のきまり

1 文字式の乗法では、かける記号 $\times$ をはぶいてかく。

$$\leftarrow x \times y = xy$$

2 文字と数との積では、数を文字の前にかく。

$$\leftarrow x \times 5 = 5x$$

3 同じ文字の積は、2 乗、3 乗などで表す。

$$\leftarrow x \times x = x^2$$

4 文字式の除法では、わる記号 $\div$ を使わずに、分数の形でかく。

$$\leftarrow x \div y = \frac{x}{y}$$

上の例では $a \times 1 = a$, $a \times 2 = 2a$, $a \times 3 = 3a$,

$$\leftarrow 1a \text{ は } a \text{ とかく。}$$

$$a \times b = ab, \quad a \times a \times b = a^2b$$

と表す。

文字式のきまりにしたがうと、次のように表せる。

例 1

文字式のきまり(1)

$$(1) b \times 6 \times a \times a = 6a^2b$$

← 文字の積は、ふつうアルファベット順にかく。

$$(2) a \times b \div c = \frac{ab}{c}$$

$$(3) 1 \times a \times a = a^2$$

← $1a^2$ は a^2 とかく。

$$(4) (-1) \times x \times x \times x = -x^3$$

← $-1x^3$ は $-x^3$ とかく。

問 1

次の式を、文字式のきまりにしたがって表しなさい。

$$(1) b \times a \times b \times 5$$

$$(2) x \times 3 \div y$$

$$(3) b \times b \times 1 \times c \times c \times c$$

$$(4) y \times y \times x \times (-1)$$

$$(5) b \div a \times 4$$

$$(6) x \div y \times (-2) \times x$$

例 2

文字式のきまり(2)

$$(1) (x + y) \times 5 = 5(x + y)$$

$$(2) (a + b) \div c = \frac{a + b}{c}$$

$$(3) a \times a - b \div c = a^2 - \frac{b}{c}$$

← かけ算・わり算を先に行う。

問 2

次の式を、文字式のきまりにしたがって表しなさい。

$$(1) (a + b + c) \times 3$$

$$(2) a \times (b + c) \times 2$$

$$(3) (a - b) \div (c + d)$$

$$(4) (2 \times x + y) \div 4$$

$$(5) a \div b + c \times c \times c$$

$$(6) a \times a \times 5 - (b + 1) \div c$$

例 3

数量を文字式で表す

1冊 150 円のノート a 冊と、1本 b 円のサインペン 10 本を買ったときの合計金額を文字式で表してみよう。

$$\begin{aligned} & 150 \times a + b \times 10 \\ & = 150a + 10b \text{ (円)} \end{aligned}$$



問 3

1個 a 円のケーキ 5 個と、1本 130 円のジュース b 本と、1袋 c 円のあめを 3 袋買ったときの合計金額を文字式で表しなさい。



ねらい 文字式を見やすく整理してみよう。

単項式

底辺が a cm、高さが h cm の三角形の面積は

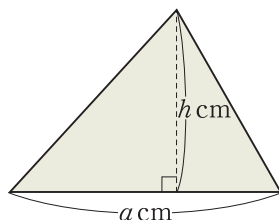
$$\frac{1}{2} \times a \times h = \frac{1}{2} ah \text{ (cm}^2\text{)} \quad \text{-----①}$$

である。

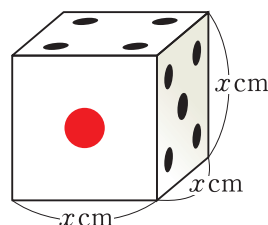
また、1 辺の長さが x cm の立方体の体積は

$$x \times x \times x = x^3 \text{ (cm}^3\text{)} \quad \text{-----②}$$

である。



5



10

①, ②のように、数や文字の積の形で表される式を
たんこうしき
単項式 という。

単項式では、かけあわされている文字の個数をその
単項式の じすう **次数** といい、文字以外の数の部分を けいすう **係数**
という。

例 4

次の単項式の次数と係数を求めてみよう。

(1) $\frac{1}{2} ah$ (2) x^3 (3) $-x^2 y$

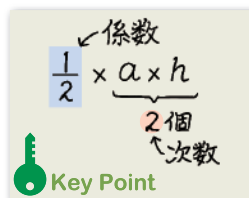
▶▶ (1) $\frac{1}{2} ah = \frac{1}{2} \times \underbrace{a \times h}_{\text{2個}}$ だから、次数は **2**，係数は $\frac{1}{2}$

(2) $x^3 = 1 \times \underbrace{x \times x \times x}_{\text{3個}}$ だから、次数は **3**，係数は **1**

(3) $-x^2 y = -1 \times \underbrace{x \times x \times y}_{\text{3個}}$ だから、次数は **3**，係数は **-1**

単項式の次数と係数

15



Key Point

問 4 次の単項式の次数と係数を求めなさい。

(1) $5a$ (2) $3a^2$ (3) $a^2 b^3$

(4) $-2x^4$ (5) $\frac{1}{3} xy^2$ (6) $-a^3 b$

20

多項式

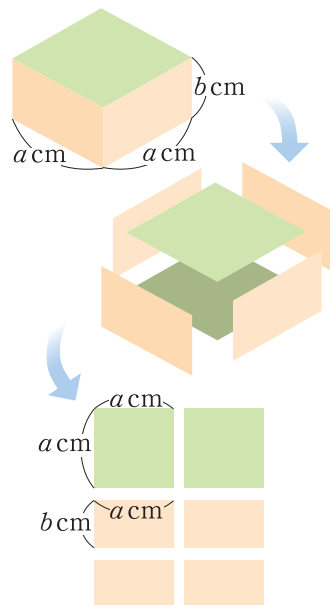
1 辺の長さが a cm の正方形を底面として、
高さが b cm の直方体の表面積は

$$a \times a \times 2 + a \times b \times 4$$

$$= 2a^2 + 4ab \text{ (cm}^2\text{)}$$

である。

-----③



③のように、単項式の和の形で表される式を
多項式 という。

多項式の中の1つ1つの単項式を **項** といい、

各項の次数のうち、最も高いものをその多項式の
次数 という。

また、文字を含まない項を **定数項** という。

例 5

多項式の次数と定数項

次の多項式の次数と定数項を求めよう。

(1) $3a^2 + 4a + 5$

(2) $x^2y + x - 6$

▶▶ (1) $3a^2 + 4a + 5$

↑ ↑ ↑
次数は2 次数は1 定数項
(文字なし)

最も高い次数は 2

よって 次数は 2

定数項は 5

▶▶ (2) $x^2y + x + (-6)$

↑ ↑ ↑
次数は3 次数は1 定数項
(文字なし)

最も高い次数は 3

よって 次数は 3

定数項は -6

問 5

次の多項式の次数と定数項を求めなさい。

(1) $2x + 3$

(2) $x^2 + 8x + 4$

(3) $a^2b - 2a - 1$

(4) $2xy^2 + z^3$

整式の整理

単項式と多項式をあわせて **整式** という。次数が2である整式を **2次式**、次数が3である整式を **3次式**、……のように、次数が n である整式を **n 次式** という。

整式 $\begin{cases} \text{単項式} \\ \text{多項式} \end{cases}$

例 6

n 次式

- (1) $2a + 3$ は1次式 (2) $x^2 - 4x + 1$ は2次式
(3) $a^3 - 2a^2 + a$ は3次式 (4) $-x^5$ は5次式

5

問 6 次の整式は何次式であるか答えなさい。

- (1) $3x^2 - 5x + 1$ (2) $-a^3 + 6a$ (3) $x^4 - 1$

整式の中で、文字の部分が同じ項を **同類項** という。

整式は、同類項があれば1つにまとめ、ふつう次数の高い項から順に並べて整理する。

このことを **降べきの順** に整理するという。

$$3x^2 + 3x - 2x^2 + 2$$

↑ ↑
同じ

$3x^2$ と $-2x^2$ が同類項

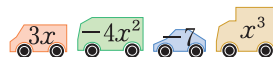
10

例 7

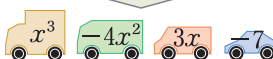
$3x - 4x^2 - 7 + x^3$ を降べきの順に並べてみよう。

▶▶ $3x - 4x^2 - 7 + x^3 = x^3 - 4x^2 + 3x - 7$

次数の高い順に並べる



次数の高い順に並べる



15

問 7 次の整式を降べきの順に並べなさい。

- (1) $4x - 3x^3 + 2x^2 - 1 + x^4$ (2) $6 - x^3 - 4x + x^2$

例 8

同類項をまとめて整理する

$3x^2 + 2 + 4x + x^2 - 3x - 7$ を降べきの順に整理してみよう。

▶▶ $3x^2 + 2 + 4x + x^2 - 3x - 7$
 $= (3x^2 + x^2) + (4x - 3x) + (2 - 7)$
 $= (3 + 1)x^2 + (4 - 3)x + (-5)$
 $= 4x^2 + x - 5$

$$3x^2 + 2 + 4x + x^2 - 3x - 7$$

同類項 同類項 同類項

↓ ↓ ↓ ↓ ↓

3x² + 2 + 4x + x² - 3x - 7

↑ ↑ ↑

同類項

Key Point

20

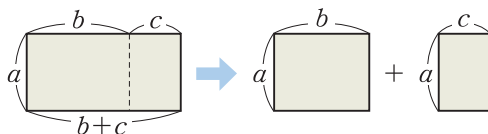
問 8 次の整式を降べきの順に整理しなさい。

- (1) $x + 1 + 3x + 4$ (2) $3x^2 + 4x - x^2 + 2x$
 (3) $x^2 - 4x + x - 3x^2 + 2$ (4) $3x^2 + 5 - 2x^2 - x - 3$
 (5) $2x - x^2 + 4 + 2x^2 - x$ (6) $x^3 - 4x^2 - 3 - x^3 + x^2 - 1$

25

かっこのはずし方

縦の長さ a 、横の長さ $(b+c)$ の長方形を右の図のように分けると、面積は次のように表せる。



$$a(b+c) = a \times b + a \times c$$

かっこをはずすときは、かっこの外の数の中各項にかける。

$$\begin{aligned} & \left(\text{blue circle} \times (\text{red square} + \text{green triangle}) \right) \\ &= \text{blue circle} \times \text{red square} + \text{blue circle} \times \text{green triangle} \end{aligned}$$

例 9

次の式のかっこをはずしてみよう。

$$(1) \quad 2(x+3) = 2 \times x + 2 \times 3 = 2x + 6$$

$$\begin{aligned} (2) \quad -3(x^2 - x + 2) &= (-3) \times x^2 + (-3) \times (-x) + (-3) \times 2 \\ &= -3x^2 + 3x - 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad -(2x^2 + x - 2) &= (-1) \times 2x^2 + (-1) \times x + (-1) \times (-2) \\ &= -2x^2 - x + 2 \end{aligned}$$

問 9

次の式のかっこをはずしなさい。

- (1) $3(x+4)$ (2) $5(2a^2 - 4a + 3)$
(3) $-2(x^2 - x - 1)$ (4) $-(3a^2 - 2a + 4)$

かっかが2重になっているときは、次のようにしてかっこをはずす。

例 10

$3\{a + 2(b-c)\}$ のかっこをはずしてみよう。

$$\begin{aligned} (1) \quad 3\{a + 2(b-c)\} &= 3\{a + 2 \times b + 2 \times (-c)\} \\ &= 3(a + 2b - 2c) \\ &= 3 \times a + 3 \times 2b + 3 \times (-2c) \\ &= 3a + 6b - 6c \end{aligned}$$

◀ () を小かっこ
{ } を中かっこという。
かっこを2重につけるときは、
小かっこの外側に中かっこを
かく。

問 10

次の式のかっこをはずしなさい。

- (1) $3\{2(a-b) + 3c\}$ (2) $4\{3a - 2(b-1)\}$

3

整式の加法・減法

ねらい 整式どうしのたし算・ひき算を学ぼう。

整式の加法と減法は、かっこをはずし、同類項をまとめて計算する。

例題 1

整式の加法と減法

5

$A = x^2 + 2x - 4$, $B = 2x^2 - 3x + 6$ のとき、

$A + B$ と $A - B$ を計算しなさい。

解答

$$\begin{aligned} A + B &= (x^2 + 2x - 4) + (2x^2 - 3x + 6) \\ &= x^2 + 2x - 4 + 2x^2 - 3x + 6 \\ &= (x^2 + 2x^2) + (2x - 3x) + (-4 + 6) \\ &= 3x^2 - x + 2 \quad \text{答} \end{aligned}$$

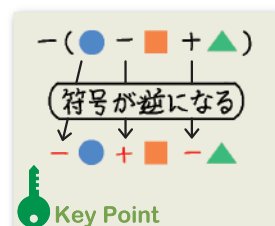
$$\begin{aligned} A - B &= (x^2 + 2x - 4) - (2x^2 - 3x + 6) \\ &= x^2 + 2x - 4 - 2x^2 + 3x - 6 \\ &= (x^2 - 2x^2) + (2x + 3x) + (-4 - 6) \\ &= -x^2 + 5x - 10 \quad \text{答} \end{aligned}$$

← かっこをつけて表す。

← かっこをはずす。

← 同類項をまとめる。

10



15

問 11 次の2つの整式 A , B について、 $A + B$ と $A - B$ を計算しなさい。

(1) $A = 4x^2 + 3x - 1$, $B = x^2 - x - 2$

(2) $A = -x^2 + 5x + 2$, $B = 2x^2 + 4x - 3$

(3) $A = x^2 + 4x - 3$, $B = -2x^2 - 4x + 5$

20

例題 1 は、次のように縦がきで計算してもよい。

$A + B$	$A - B$
$x^2 + 2x - 4$	$x^2 + 2x - 4$
+) $2x^2 - 3x + 6$	-) $2x^2 - 3x + 6$
-----	-----
$3x^2 - x + 2$	$-x^2 + 5x - 10$

← 同類項を縦にそろえる。

25

やや複雑な整式の加法や減法も、整式にかっこをつけて表してから計算する。

例題 2

やや複雑な整式の加法と減法

$A = 4x^2 - x + 3$, $B = x^2 + 3x - 2$ のとき、

次の計算をなさい。

(1) $3A + 2B$

(2) $2A - 5B$

解答

(1) $3A + 2B = 3(4x^2 - x + 3) + 2(x^2 + 3x - 2)$

← かっこをつけて表す。

$= 12x^2 - 3x + 9 + 2x^2 + 6x - 4$

← かっこをはずす。

$= (12x^2 + 2x^2) + (-3x + 6x) + (9 - 4)$

← 同類項をまとめる。

$= 14x^2 + 3x + 5$ **答**

(2) $2A - 5B = 2(4x^2 - x + 3) - 5(x^2 + 3x - 2)$

$= 8x^2 - 2x + 6 - 5x^2 - 15x + 10$

$= (8x^2 - 5x^2) + (-2x - 15x) + (6 + 10)$

$= 3x^2 - 17x + 16$ **答**

問 12 $A = 4x^2 + 2x - 5$, $B = 3x^2 - x + 1$ のとき、

次の計算をなさい。

(1) $3A + 2B$

(2) $2A - 5B$

(3) $-2A + B$

(4) $-A - 3B$

補充練習 1

▶ 解答は p.172

$A = 3x^2 - x + 2$, $B = 2x^2 + 3x - 4$ のとき、

次の計算をなさい。

(1) $A + B$

(2) $A - B$

(3) $3A + 2B$

(4) $2A - 3B$

★(5) $4(2A - B) - (6A - 5B)$

★(6) $8(3B - A) + 6(A - 4B)$

★(7) $5(5A + 4B) - 7(4A + 3B)$

式を整理してから
代入する。

Hint

ねらい 整式どうしのかけ算を学ぼう。

指数法則

$a \times a = a^2$, $a \times a \times a = a^3$ のように a をいくつかかけあわせたものを a の ^{るいじょう}累乗 という。 a を n 個かけあわせたものを a の ^{じょう} n 乗 といい、 a^n とかく。

このとき、 n を a^n の ^{しすう}指数 という。また、 $a = a^1$ である。

$$\underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n\text{個の積}} = a^n$$

指数

5

累乗の計算では、指数は次のように計算する。

$$a^2 \times a^3 = \underbrace{(a \times a)}_{2\text{個}} \times \underbrace{(a \times a \times a)}_{3\text{個}}$$

$$= a^{(2+3)} = a^5$$

10

$$(a^2)^3 = a^2 \times a^2 \times a^2$$

$$= \underbrace{(a \times a)}_{2\text{個}} \times \underbrace{(a \times a)}_{2\text{個}} \times \underbrace{(a \times a)}_{2\text{個}}$$

$$= a^{(2 \times 3)} = a^6$$

← a^2 を 3 個かけあわせる。

$$(ab)^3 = ab \times ab \times ab$$

$$= (a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b)$$

$$= \underbrace{(a \times a \times a)}_{3\text{個}} \times \underbrace{(b \times b \times b)}_{3\text{個}}$$

$$= a^3 \times b^3 = a^3 b^3$$

← ab を 3 個かけあわせる。

15

← 同じ文字をまとめる。

一般に、次の ^{しすうほうそく}指数法則 が成り立つ。

指数法則

m, n を正の整数とするとき

1 $a^m \times a^n = a^{m+n}$ **2** $(a^m)^n = a^{m \times n}$

3 $(ab)^n = a^n b^n$

↑ 正の整数とは、1, 2, 3, …… である。

$$a^m \times a^n = a^{m+n} \quad \text{たす}$$

$$(a^m)^n = a^{m \times n} \quad \text{かける}$$

$$(ab)^n = a^n b^n \quad \text{分ける}$$

Key Point

20

例 11

指数法則を用いて計算してみよう。

$$\begin{array}{ll}
 \text{▶▶ (1) } x^3 \times x^4 = x^{3+4} & \text{(2) } x^7 \times x = x^{7+1} \quad \leftarrow \text{(2) } x = x^1 \\
 & = x^7 \qquad \qquad \qquad = x^8 \\
 \text{(3) } (x^2)^5 = x^{2 \times 5} & \text{(4) } (xy)^4 = x^4 y^4 \\
 & = x^{10}
 \end{array}$$

問 13 指数法則を用いて計算しなさい。

$$\begin{array}{ll}
 \text{(1) } x^4 \times x^5 & \text{(2) } y \times y^5 \\
 \text{(3) } (x^3)^4 & \text{(4) } (y^7)^3 \\
 \text{(5) } (xy)^5 & \text{(6) } (x^2 y)^3
 \end{array}$$

(単項式) × (単項式)

単項式どうしの乗法では、係数どうし、文字どうしの
かけ算をしてからまとめる。

例 12

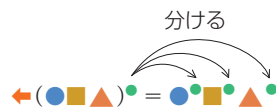
単項式どうしの乗法

次の計算をしてみよう。

$$\begin{aligned}
 \text{▶▶ (1) } 2x^2 \times 3x^5 &= \underbrace{(2 \times 3)}_{\text{係数}} \times \underbrace{(x^2 \times x^5)}_{\text{文字}} \\
 &= 6 \times x^{2+5} = 6x^7
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(2) } a^3 b^2 \times 2a^2 b &= 2 \times (a^3 \times a^2) \times (b^2 \times b) \quad \leftarrow b = b^1 \\
 &= 2 \times a^{3+2} \times b^{2+1} \\
 &= 2a^5 b^3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(3) } (-2x^2 y)^3 &= (-2)^3 \times (x^2)^3 \times y^3 \\
 &= (-8) \times x^{2 \times 3} \times y^3 \\
 &= -8x^6 y^3
 \end{aligned}$$



問 14 次の計算をしなさい。

$$\begin{array}{ll}
 \text{(1) } 4x^2 \times 3x^4 & \text{(2) } 3a^4 \times (-2a^3) \\
 \text{(3) } x^2 y^3 \times 3x^3 y & \text{(4) } 2a^2 b \times (-3ab) \\
 \text{(5) } (3x^2 y^3)^2 & \text{(6) } (-3ab^2)^3 \\
 \text{(7) } (4x^2 y)^2 \times (-2xy^2) & \text{(8) } (-ab^3)^2 \times (2a^3 b) \times (-3a^2 b^2)
 \end{array}$$

(単項式) × (多項式)

整式どうしのかけ算をして、単項式の和の形で表し、
1つの多項式の形に整理することを **展開** てんかい するという。

単項式と多項式の乗法では、次の分配法則を用いて展開する。

$$A(B + C) = AB + AC$$

$$(A + B)C = AC + BC$$

分配法則

$$\begin{aligned} \text{●}(\text{■} + \text{▲}) &= \text{●} \times \text{■} + \text{●} \times \text{▲} \\ (\text{■} + \text{▲})\text{●} &= \text{■} \times \text{●} + \text{▲} \times \text{●} \end{aligned}$$

5

例 13

次の式を展開してみよう。

$$\begin{aligned} \text{▶▶ (1)} \quad & 3x(2x - 4) \\ &= \underbrace{3x \times 2x}_{\text{①}} + \underbrace{3x \times (-4)}_{\text{②}} \\ &= 6x^2 - 12x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(2)} \quad & -2x(x^2 - 3x + 4) \\ &= \underbrace{-2x \times x^2}_{\text{①}} + \underbrace{(-2x) \times (-3x)}_{\text{②}} + \underbrace{(-2x) \times 4}_{\text{③}} \\ &= -2x^3 + 6x^2 - 8x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(3)} \quad & (x^2 + x - 2) \times 3x \\ &= \underbrace{x^2 \times 3x}_{\text{①}} + \underbrace{x \times 3x}_{\text{②}} + \underbrace{(-2) \times 3x}_{\text{③}} \\ &= 3x^3 + 3x^2 - 6x \end{aligned}$$

$$3x(2x - 4)$$

$$-2x(x^2 - 3x + 4)$$

$$(x^2 + x - 2) \times 3x$$

10

15

問 15 次の式を展開しなさい。

- (1) $5x(2x - 3)$
- (2) $-x(3x + 4)$
- (3) $(3x + 1) \times 2x$
- (4) $(x - 4) \times (-3x)$
- (5) $2x(x^2 - 3x + 1)$
- (6) $-3x(2x^2 + 5x - 3)$
- (7) $(x^2 - 4x + 3) \times 7x$
- (8) $(2x^2 + 3x - 5) \times (-4x)$

20

25

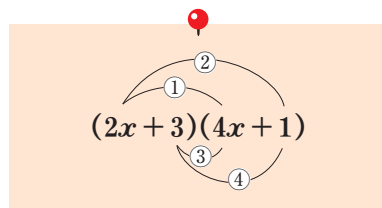
(多項式)×(多項式)

多項式と多項式の乗法では、次のようにして展開する。

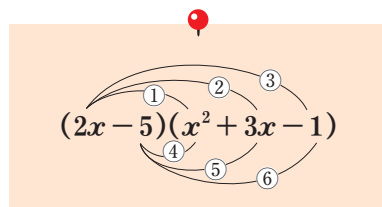
例 14

次の式を展開してみよう。

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & (2x+3)(4x+1) \\
 &= \underbrace{2x \times 4x}_{\textcircled{1}} + \underbrace{2x \times 1}_{\textcircled{2}} + \underbrace{3 \times 4x}_{\textcircled{3}} + \underbrace{3 \times 1}_{\textcircled{4}} \\
 &= 8x^2 + \underbrace{2x + 12x}_{\text{同類項}} + 3 \\
 &= 8x^2 + 14x + 3
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 (2) \quad & (2x-5)(x^2+3x-1) \\
 &= \underbrace{2x \times x^2}_{\textcircled{1}} + \underbrace{2x \times 3x}_{\textcircled{2}} + \underbrace{2x \times (-1)}_{\textcircled{3}} + \underbrace{(-5) \times x^2}_{\textcircled{4}} + \underbrace{(-5) \times 3x}_{\textcircled{5}} + \underbrace{(-5) \times (-1)}_{\textcircled{6}} \\
 &= 2x^3 + \underbrace{6x^2}_{\text{同類項}} - \underbrace{2x}_{\text{同類項}} - \underbrace{5x^2}_{\text{同類項}} - \underbrace{15x}_{\text{同類項}} + 5 \\
 &= 2x^3 + x^2 - 17x + 5
 \end{aligned}$$



上の例のように、展開した式の中に同類項があるときは、それらをまとめる。

問 16 次の式を展開しなさい。

- | | |
|------------------------|-------------------------|
| (1) $(x+3)(3x+4)$ | (2) $(3x+1)(x-2)$ |
| (3) $(x-3)(2x+5)$ | (4) $(2x-3)(4x-1)$ |
| (5) $(x+2)(x^2+3x+3)$ | (6) $(x-2)(x^2+x-4)$ |
| (7) $(2x+5)(x^2-3x-1)$ | (8) $(2x-1)(4x^2+2x+3)$ |

補充練習 2

次の式を展開しなさい。

- | | |
|------------------------|----------------------------------|
| (1) $xy(x-y+2)$ | (2) $(x^2-xy-y^2) \times (-3xy)$ |
| (3) $(x^2-x)(3x+1)$ | (4) $(3x^2-2)(3x^2+2)$ |
| (5) $(2x-4)(x^2+2x+1)$ | ★(6) $(x^2-x-3)(3x-2)$ |

▶ 解答は p.172

5

乗法公式による展開

ねらい 公式を用いて整式どうしのかけ算を展開してみよう。

乗法公式

多項式の乗法では、次の乗法公式を用いて展開すると便利である。

乗法公式 I

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(\text{●} + \text{■})(\text{●} - \text{■}) = \text{●}^2 - \text{■}^2$$

和と差の積 2乗の差

5

例 15

乗法公式 I を用いて展開してみよう。

$$\begin{aligned} \gg (2x+3)(2x-3) &= (2x)^2 - 3^2 = 4x^2 - 9 \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ (\text{●} + \text{■})(\text{●} - \text{■}) &= \text{●}^2 - \text{■}^2 \end{aligned}$$

乗法公式 I

10

問 17 次の式を展開しなさい。

(1) $(x+2)(x-2)$

(2) $(3x+1)(3x-1)$

乗法公式 II

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\begin{aligned} (\text{●} + \text{■})^2 &= \text{●}^2 + 2 \times \text{●} \times \text{■} + \text{■}^2 \\ (\text{●} - \text{■})^2 &= \text{●}^2 - 2 \times \text{●} \times \text{■} + \text{■}^2 \end{aligned}$$

15

例 16

乗法公式 II を用いて展開してみよう。

$$\begin{aligned} \gg (1) \quad (x+4)^2 &= x^2 + 2 \times x \times 4 + 4^2 = x^2 + 8x + 16 \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ (\text{●} + \text{■})^2 &= \text{●}^2 + 2 \times \text{●} \times \text{■} + \text{■}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad (2x-3)^2 &= (2x)^2 - 2 \times (2x) \times 3 + 3^2 = 4x^2 - 12x + 9 \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ (\text{●} - \text{■})^2 &= \text{●}^2 - 2 \times \text{●} \times \text{■} + \text{■}^2 \end{aligned}$$

乗法公式 II

20

問 18 次の式を展開しなさい。

(1) $(x+3)^2$

(2) $(5x+2)^2$

(3) $(x-5)^2$

(4) $(3x-4)^2$

乗法公式Ⅲ

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$\begin{aligned} & (x+\text{●})(x+\text{■}) \\ &= x^2 + (\text{●} + \text{■})x + \text{●} \times \text{■} \\ & \quad \text{和} \quad \text{積} \end{aligned}$$

例 17

乗法公式Ⅲを用いて展開してみよう。

$$\text{▶▶ (1) } (x+2)(x+3) = x^2 + (2+3)x + 2 \times 3 = x^2 + 5x + 6$$

$$(x+\text{●})(x+\text{■}) = x^2 + (\text{●} + \text{■})x + \text{●} \times \text{■}$$

$$(2) (x+2)(x-3) = x^2 + \{2+(-3)\}x + 2 \times (-3) = x^2 - x - 6$$

問 19 次の式を展開しなさい。

$$(1) (x+2)(x+5) \quad (2) (x+4)(x-1)$$

$$(3) (x-7)(x+6) \quad (4) (x-3)(x-5)$$

乗法公式Ⅳ

$$(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$$

例 18

乗法公式Ⅳを用いて展開してみよう。

$$\begin{aligned} \text{▶▶ } & (2x+1)(3x+4) \\ &= (2 \times 3)x^2 + (2 \times 4 + 1 \times 3)x + 1 \times 4 \\ &= 6x^2 + 11x + 4 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} \text{①} \quad \text{②} \\ (2x+1)(3x+4) \\ \text{③} \quad \text{④} \\ \begin{array}{r} 2x \quad 1 \quad 3x \text{ ③} \\ \times 3x \quad 4 \quad 8x \text{ ④} \\ \hline 6x^2 \quad 4 \quad 11x \\ \text{①} \quad \text{④} \end{array} \end{array}$$

問 20 次の式を展開しなさい。

$$(1) (2x+1)(3x+5) \quad (2) (x-2)(2x+1)$$

$$(3) (3x+1)(2x-5) \quad (4) (2x-1)(3x-2)$$

補充練習 3

▶ 解答は p.172, 173

次の式を展開しなさい。

$$(1) (4x-5)(4x+5) \quad (2) (2x+3y)(2x-3y)$$

$$(3) (x+6)^2 \quad (4) (2x+y)^2$$

$$(5) (2x-5)^2 \quad (6) (3x-2y)^2$$

$$(7) (x-8)(x+7) \quad (8) (x+y)(x+2y)$$

$$(9) (2x+3)(3x-1) \quad (10) (x-3y)(2x+y)$$

展開のくふう

式の一部を1つの文字でおきかえることで、乗法公式を利用した展開ができる。

例題3

おきかえによる展開

次の式を展開しなさい。

(1) $(x + y + 2)(x + y - 2)$

(2) $(x + y + z)^2$

(3) $(x - y + 1)(x - y + 3)$

解答

(1) $x + y = A$ とおくと

$$(x + y + 2)(x + y - 2)$$

$$= (A + 2)(A - 2)$$

←乗法公式Ⅰを利用

$$= A^2 - 2^2$$

$$= (x + y)^2 - 4$$

← A を $x + y$ にもどして
乗法公式Ⅱを利用

$$= x^2 + 2xy + y^2 - 4 \quad \text{答}$$

(2) $x + y = A$ とおくと

$$(x + y + z)^2$$

$$= (A + z)^2$$

←乗法公式Ⅱを利用

$$= A^2 + 2Az + z^2$$

$$= (x + y)^2 + 2(x + y)z + z^2$$

← A を $x + y$ にもどして
乗法公式Ⅱを利用

$$= x^2 + 2xy + y^2 + 2xz + 2yz + z^2$$

20

$$= x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx \quad \text{答}$$

←ここでは xz を zx とかく。

(3) $x - y = A$ とおくと

$$(x - y + 1)(x - y + 3)$$

$$= (A + 1)(A + 3)$$

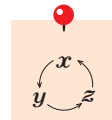
←乗法公式Ⅲを利用

$$= A^2 + 4A + 3$$

$$= (x - y)^2 + 4(x - y) + 3$$

← A を $x - y$ にもどして
乗法公式Ⅱを利用

$$= x^2 - 2xy + y^2 + 4x - 4y + 3 \quad \text{答}$$



25

問21 次の式を展開しなさい。

(1) $(x + 2y + 4)(x + 2y - 4)$ (2) $(x + y + 2)^2$

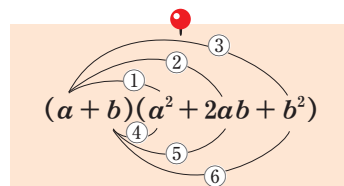
(3) $(x + y - 2)(x + y + 3)$ (4) $(x - 2y + 1)(x - 2y - 2)$

30

$(a+b)^3$, $(a-b)^3$ の展開

$(a+b)^3$ の展開をしてみよう。

$$\begin{aligned}
 & (a+b)^3 \\
 &= (a+b)(a+b)^2 \\
 &= (a+b)(a^2+2ab+b^2) \\
 &= a^3+2a^2b+ab^2+a^2b+2ab^2+b^3 \\
 & \quad \textcircled{1} \quad \textcircled{2} \quad \textcircled{3} \quad \textcircled{4} \quad \textcircled{5} \quad \textcircled{6} \\
 &= a^3+3a^2b+3ab^2+b^3
 \end{aligned}$$



← 同類項をまとめる。

同様にして、 $(a-b)^3$ を展開することができ、
これらをまとめると、次の公式が成り立つ。

乗法公式V

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$\begin{aligned}
 & (\textcircled{+} \textcircled{+})^3 \\
 &= \textcircled{+}^3 + 3 \times \textcircled{+}^2 \times \textcircled{+} + 3 \times \textcircled{+} \times \textcircled{+}^2 + \textcircled{+}^3 \\
 & (\textcircled{+} \textcircled{-})^3 \\
 &= \textcircled{+}^3 - 3 \times \textcircled{+}^2 \times \textcircled{-} + 3 \times \textcircled{+} \times \textcircled{-}^2 - \textcircled{-}^3
 \end{aligned}$$

例

乗法公式Vを用いて展開してみよう。

$$\begin{aligned}
 \text{▶▶ (1)} \quad & (x+2)^3 = x^3 + 3 \times x^2 \times 2 + 3 \times x \times 2^2 + 2^3 \\
 & \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\
 & (\textcircled{+} \textcircled{+})^3 = \textcircled{+}^3 + 3 \times \textcircled{+}^2 \times \textcircled{+} + 3 \times \textcircled{+} \times \textcircled{+}^2 + \textcircled{+}^3 \\
 & \quad \quad \quad = x^3 + 6x^2 + 12x + 8 \\
 \\
 \text{(2)} \quad & (2x-1)^3 = (2x)^3 - 3 \times (2x)^2 \times 1 + 3 \times (2x) \times 1^2 - 1^3 \\
 & \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\
 & (\textcircled{+} \textcircled{-})^3 = \textcircled{+}^3 - 3 \times \textcircled{+}^2 \times \textcircled{-} + 3 \times \textcircled{+} \times \textcircled{-}^2 - \textcircled{-}^3 \\
 & \quad \quad \quad = 2^3 \times x^3 - 3 \times 2^2 \times x^2 \times 1 + 3 \times 2 \times x \times 1^2 - 1^3 \\
 & \quad \quad \quad = 8x^3 - 12x^2 + 6x - 1
 \end{aligned}$$

問

次の式を展開しなさい。

(1) $(x+1)^3$ (2) $(2x+3)^3$

(3) $(x-2)^3$ (4) $(3x-2)^3$

ねらい 乗法公式の逆を用いて、整式をいくつかの整式の積の形で表してみよう。

$$(x+1)(x+2) = x^2 + 3x + 2$$

と展開した式の左辺と右辺を入れかえた式は

$$x^2 + 3x + 2 = (x+1)(x+2) \quad \text{-----①}$$

よって、左辺の整式は2つの整式 $x+1$ と $x+2$ の積の形で表すことができる。

①のように、1つの整式を2つ以上の整式の積の形で表すことを いんすうぶんかい 因数分解 するという。

このとき、 $x+1$ や $x+2$ を $x^2 + 3x + 2$ の いんすう 因数 という。

展開

$$(x+1)(x+2) = x^2 + 3x + 2$$

因数分解

共通因数を取り出す因数分解

1つの整式の各項に共通な因数があるときは、その共通因数を取り出して因数分解する。

← 共通因数を取り出すことを、「くくる」ともいう。

例 19

共通因数を取り出して因数分解してみよう。

$$\begin{aligned} \text{▶▶ (1)} \quad x^2 + 3x &= x \times x + 3 \times x \\ &= x(x+3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(2)} \quad 6a^2b - 4ab^2 &= 2ab \times 3a - 2ab \times 2b \\ &= 2ab(3a - 2b) \end{aligned}$$

← $(x+3)x$ とかいてもよい。

← 数も含めてすべての共通因数を取り出す。

例 19 の(2)を $ab(6a - 4b)$ とすると、まだかっこの中に共通因数 2 が残っている。因数分解は、上で示したようにすべての共通因数を取り出さなければならない。

問 22 次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2 + 5x$

(2) $x^2 - x$

(3) $2ab - 2ac$

(4) $2a^2 + 4a$

(5) $2ab^2 - ab$

(6) $8x^2y - 6xy$

2 次式の因数分解

乗法公式の両辺を入れかえると、因数分解の公式ができる。

因数分解の公式 I

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$\text{2乗の差} \quad \text{和と差の積}$$

例 20

因数分解の公式 I を用いて因数分解してみよう。

$$\begin{aligned} \text{▶▶} \quad 4x^2 - 9 &= (2x)^2 - 3^2 = (2x + 3)(2x - 3) \\ &\quad \downarrow \quad \downarrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ &\quad \text{○}^2 - \text{□}^2 = (\text{○} + \text{□})(\text{○} - \text{□}) \end{aligned}$$

問 23

次の式を因数分解しなさい。

- (1) $x^2 - 4$ (2) $16x^2 - 1$ (3) $9x^2 - 25$

因数分解の公式 II

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$\text{○}^2 + 2 \times \text{○} \times \text{□} + \text{□}^2 = (\text{○} + \text{□})^2$$

$$\text{○}^2 - 2 \times \text{○} \times \text{□} + \text{□}^2 = (\text{○} - \text{□})^2$$

例 21

因数分解の公式 II を用いて因数分解してみよう。

$$\begin{aligned} \text{▶▶} \quad (1) \quad x^2 + 8x + 16 &= x^2 + 2 \times x \times 4 + 4^2 = (x + 4)^2 \\ &\quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ &\quad \text{○}^2 + 2 \times \text{○} \times \text{□} + \text{□}^2 = (\text{○} + \text{□})^2 \\ (2) \quad x^2 - 6x + 9 &= x^2 - 2 \times x \times 3 + 3^2 = (x - 3)^2 \\ &\quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ &\quad \text{○}^2 - 2 \times \text{○} \times \text{□} + \text{□}^2 = (\text{○} - \text{□})^2 \end{aligned}$$

問 24

次の式を因数分解しなさい。

- (1) $x^2 + 10x + 25$ (2) $x^2 + 14x + 49$
(3) $x^2 - 12x + 36$ (4) $x^2 - 16x + 64$

補充練習 4

次の式を因数分解しなさい。

- (1) $x^2 - 9$ ★(2) $x^2 - 4y^2$
(3) $x^2 + 6x + 9$ ★(4) $x^2 - 4xy + 4y^2$

▶ 解答は p.173

因数分解の公式Ⅲ

$$x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$$

$$x^2 + (\text{和 } a+b)x + \text{積 } ab = (x+a)(x+b)$$

例 22

$x^2 - 8x + 7$ を因数分解してみよう。

▶▶ 公式Ⅲの $a+b$ が -8 , ab が 7 である。

① $ab = 7$ だから

1 と 7, -1 と -7

の 2 通りが考えられる。

② このうち, $a+b = -8$ となるのは

-1 と -7

よって $x^2 - 8x + 7 = (x-1)(x-7)$

和 $a+b$ 積 ab

$x^2 - 8x + 7$ の因数分解

① 積が 7	② 和が -8
1 と 7 → 8 ×	
-1 と -7 → -8 ○	

$(x-1)(x-7)$

5

10

問 25 次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2 + 8x + 7$

(2) $x^2 + 6x - 7$

(3) $x^2 - 6x - 7$

(4) $x^2 + 4x - 5$

積で候補をみつけて
和で決める。

例 23

$x^2 - 2x - 15$ を因数分解してみよう。

▶▶ 公式Ⅲの $a+b$ が -2 , ab が -15 である。

① $ab = -15$ だから

1 と -15 , -1 と 15, 3 と -5 , -3 と 5

の 4 通りが考えられる。

② このうち, $a+b = -2$ となるのは

3 と -5

よって $x^2 - 2x - 15 = (x+3)(x-5)$

和 $a+b$ 積 ab

$x^2 - 2x - 15$ の因数分解

① 積が -15	② 和が -2
1 と -15 → -14 ×	
-1 と 15 → 14 ×	
3 と -5 → -2 ○	
-3 と 5 → 2 ×	

$(x+3)(x-5)$

15

20

問 26 次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2 + 8x + 15$

(2) $x^2 - 16x + 15$

(3) $x^2 - 7x - 8$

(4) $x^2 + 2x - 8$

補充練習 5

次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2 + 4x - 12$

★(2) $x^2 + 5xy + 4y^2$

★(3) $x^2 - xy - 12y^2$

▶ 解答は p.173

25

因数分解の公式Ⅳ

$$acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$$

因数分解の公式Ⅳ

例 24

$3x^2 + 7x + 2$ を因数分解してみよう。

▶▶ 公式Ⅳの ac が 3, $ad + bc$ が 7, bd が 2 である。

① $ac = 3$ だから $a = 1, c = 3$ とする。

② $bd = 2$ だから

$$1 \times 2, 2 \times 1, (-1) \times (-2), (-2) \times (-1)$$

の 4 通りが考えられる。

③ このうち, $ad + bc = 7$ となる a, b, c, d を求めるのに, 次のように考える。

$$\begin{array}{ccc} \textcircled{1} & \textcircled{3} & \textcircled{2} \\ acx^2 + (ad + bc)x + bd \\ 3x^2 + 7x + 2 \end{array}$$

↓ この方法を「たすきがけ」という。

$$\begin{array}{rcl} 1 & \times & 1 \rightarrow 3 \\ 3 & \times & 2 \rightarrow 2 \end{array} \begin{array}{l} (+) \\ 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 1 & \times & 2 \rightarrow 6 \\ 3 & \times & 1 \rightarrow 1 \end{array} \begin{array}{l} (+) \\ 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} a & \times & b \rightarrow bc \\ c & \times & d \rightarrow ad \end{array} \begin{array}{l} (+) \\ ad + bc \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 1 & \times & -1 \rightarrow -3 \\ 3 & \times & -2 \rightarrow -2 \end{array} \begin{array}{l} (+) \\ -5 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 1 & \times & -2 \rightarrow -6 \\ 3 & \times & -1 \rightarrow -1 \end{array} \begin{array}{l} (+) \\ -7 \end{array}$$

以上のことから

$a = 1, b = 2, c = 3, d = 1$ が適する。

$$\text{よって } 3x^2 + 7x + 2 = (x + 2)(3x + 1)$$



問 27 次の式を因数分解しなさい。

(1) $2x^2 + 5x + 3$

(2) $3x^2 + x - 2$

(3) $5x^2 - 7x + 2$

(4) $5x^2 - 9x - 2$

(5) $2x^2 + 9x - 5$

(6) $2x^2 - 3x - 5$

(7) $3x^2 + 8x + 4$

(8) $2x^2 - 13x + 6$

● 補充練習 6

▶ 解答は p.173

次の式を因数分解しなさい。

(1) $7x^2 - 15x + 2$

(2) $2x^2 + x - 15$

(3) $6x^2 + 11x + 3$

★(4) $6x^2 - 11xy - 2y^2$

いろいろな因数分解

26 ページと同じように、式の一部を 1 つの文字でおきかえることで、公式を利用した因数分解ができる。

例題 4

おきかえによる因数分解

次の式を因数分解しなさい。

(1) $(x - y)^2 - 16$

(2) $(2x + y)^2 + (2x + y) - 6$

解答

(1) $x - y = A$ とおくと

$$(x - y)^2 - 16 = A^2 - 4^2 = (A + 4)(A - 4) \quad \leftarrow \text{因数分解の公式 I を利用}$$

$$= (x - y + 4)(x - y - 4) \quad \text{答} \quad \leftarrow A \text{ を } x - y \text{ にもどす。}$$

(2) $2x + y = A$ とおくと

$$(2x + y)^2 + (2x + y) - 6$$

$$= A^2 + A - 6$$

$$= (A + 3)(A - 2) \quad \leftarrow \text{因数分解の公式 III を利用}$$

$$= (2x + y + 3)(2x + y - 2) \quad \text{答} \quad \leftarrow A \text{ を } 2x + y \text{ にもどす。}$$

問 28 次の式を因数分解しなさい。

(1) $(x + y)^2 - 4$

(2) $(2x - y)^2 + 3(2x - y) + 2$

例題 5

1 つの文字に注目する因数分解

$xy - x + y - 1$ を因数分解しなさい。

解答

$$xy - x + y - 1 = (x - 1)(y - 1) \quad \leftarrow x \text{ を含む項に注目する。}$$

$$= (y - 1)(x - 1)$$

ここで、 $y - 1 = A$ とおくと

$$Ax + A = (x + 1)A \quad \leftarrow \text{共通因数 } A \text{ を取り出す。}$$

$$= (x + 1)(y - 1) \quad \text{答} \quad \leftarrow A \text{ を } y - 1 \text{ にもどす。}$$

問 29 次の式を因数分解しなさい。

(1) $xy + 2x + y + 2$

(2) $xy - 3x - 2y + 6$

問題 1-1

- ☑ 1 $A = 3x^2 - x + 2$, $B = -2x^2 + 5x - 4$, $C = x^2 - 3x + 1$

のとき、次の式を計算しなさい。

- (1) $A + B$ (2) $A - C$
(3) $2A + 3B$ ★(4) $(A - B) + (C - A)$

▶ p. 18 例題 1

p. 19 例題 2

- ☑ 2 整式 $3x^2 - 6x - 4$ に、ある整式 A を加えたら

$-5x^2 + x - 3$ となった。整式 A を求めなさい。

▶ p. 18 例題 1

- ☑ 3 次の計算をしなさい。

- (1) $a^6 \times a^5$ (2) $a^2b \times ab^4$
(3) $3x^2 \times 4x^5$ (4) $2x^2y \times (-3xy^3)$
(5) $2x \times (-3x)^2$ (6) $(-3a^3b^2)^3$

▶ p. 21 例 11

例 12

- ☑ 4 次の式を展開しなさい。

- (1) $(3x + 2)(3x - 2)$ (2) $(3x - 2y)(3x + 2y)$
(3) $(5x - 3)^2$ (4) $(x - 2)(x + 6)$
(5) $(3x - 2)(x + 1)$ (6) $(4x - 3)(5x - 1)$
(7) $(a - b + 4)^2$ (8) $(x - y - 3)(x - y + 1)$

▶ p. 24~26

- ☑ 5 次の式を因数分解しなさい。

- (1) $a^2 + 7a$ (2) $x^2 - 36$
(3) $4x^2 + 12x + 9$ (4) $a^2 + 7a - 18$
(5) $4x^2 - 5x + 1$ (6) $3a^2 - 17a + 10$
(7) $6x^2 + x - 2$ (8) $5a^2 - 6a - 8$
(9) $4x^2 - (x + 1)^2$ (10) $ab - 3b - a + 3$

▶ p. 28~32

- ☑ 6 $A = x + y$, $B = x - y$ のとき、次の式を計算しなさい。

- (1) $A + B$ (2) AB
★(3) $A^2B + AB^2$ ★(4) $A^2 + B^2$

因数分解などの
くふうをして計算する。

 Hint