全学年・全科・全系列

「教科書ｐ１２～ｐ１９の例１～例１０、例題１、例題２」

をノートやルーズリーフ等を各自準備して問題・解答（途中式等も）を写本する。

成績及びテスト範囲に含みます。

数学の授業がない系列もこの期間の学習課題となりますので必ず行うこと。

1 文字式のきまり

ねらい 文字を含んだ式の表し方を学ぼう。

桜並木（福島県）

文字式のきまり

花見のために，1 辺が a m の正方形のレジャーシートを横 1 列に並べて敷くとき，並べた全体の横の長さは

1 枚では　$a\times 1$（m）

2 枚では　$a\times 2$（m）

3 枚では　$a\times 3$（m）

b 枚敷いたときの全体の横の長さは

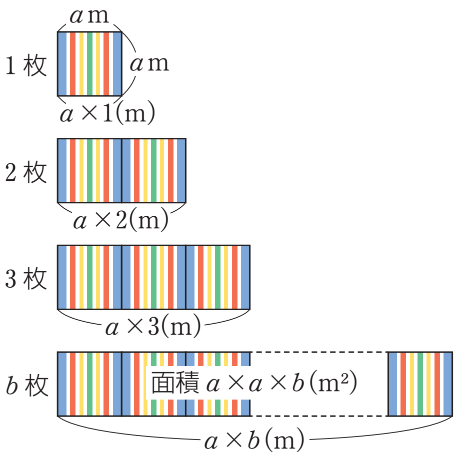
$a\times b$（m）

である。

また，敷きつめたシートの面積は

$a\times a\times b$（m^2）

である。



上の例のように，文字を使って表される式を **文字式** という。
文字式には次のようなきまりがある。

文字式のきまり

1 文字式の乗法では，かける記号 × をはぶいてかく。　←$x\times y=xy$

2 文字と数との積では，数を文字の前にかく。　←$x\times 5=5x$

3 同じ文字の積は，2 乗，3 乗などで表す。　←$x\times x=x^2$

4 文字式の除法では，わる記号 ÷ を使わずに，分数の形でかく。　←$x\div y=\dfrac{x}{y}$

上の例では　$a\times 1=a$，　$a\times 2=2a$，　$a\times 3=3a$，
$a\times b=ab$，　$a\times a\times b=a^2b$

と表す。　←$1a$ は a とかく。

文字式のきまりにしたがうと，次のように表せる。

例 1　文字式のきまり(1)

(1)　$b\times 6\times a\times a=6a^2b$　　⬅文字の積は，ふつうアルファベット順にかく。

(2)　$a\times b\div c=\dfrac{ab}{c}$

(3)　$1\times a\times a=a^2$　　⬅$1a^2$ は a^2 とかく。

(4)　$(-1)\times x\times x\times x=-x^3$　　⬅$-1x^3$ は $-x^3$ とかく。

問 1　次の式を，文字式のきまりにしたがって表しなさい。

(1)　$b\times a\times b\times 5$　　(2)　$x\times 3\div y$

(3)　$b\times b\times 1\times c\times c\times c$　　(4)　$y\times y\times x\times(-1)$

(5)　$b\div a\times 4$　　(6)　$x\div y\times(-2)\times x$

例 2　文字式のきまり(2)

(1)　$(x+y)\times 5=5(x+y)$

(2)　$(a+b)\div c=\dfrac{a+b}{c}$

(3)　$a\times a-b\div c=a^2-\dfrac{b}{c}$　　⬅かけ算・わり算を先に行う。

問 2　次の式を，文字式のきまりにしたがって表しなさい。

(1)　$(a+b+c)\times 3$　　(2)　$a\times(b+c)\times 2$

(3)　$(a-b)\div(c+d)$　　(4)　$(2\times x+y)\div 4$

(5)　$a\div b+c\times c\times c$　　(6)　$a\times a\times 5-(b+1)\div c$

例 3　数量を文字式で表す

1 冊 150 円のノート a 冊と，1 本 b 円のサインペン 10 本を買ったときの合計金額を文字式で表してみよう。

▶▶　$150\times a+b\times 10$

$=150a+10b$（円）

問 3　1 個 a 円のケーキ 5 個と，1 本 130 円のジュース b 本と，1 袋 c 円のあめを 3 袋買ったときの合計金額を文字式で表しなさい。

2 整式

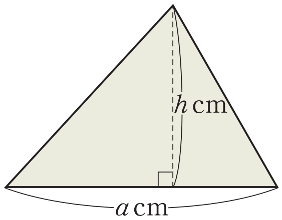
ねらい 文字式を見やすく整理してみよう。

単項式

底辺が a cm，高さが h cm の三角形の面積は

$$\frac{1}{2}\times a\times h=\frac{1}{2}ah\ (\mathrm{cm}^2) \quad \text{------①}$$

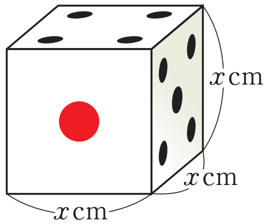
である。



また，1 辺の長さが x cm の立方体の体積は

$$x\times x\times x=x^3\ (\mathrm{cm}^3) \quad \text{------②}$$

である。



①，②のように，数や文字の積の形で表される式を **単項式**（たんこうしき） という。

単項式では，かけあわされている文字の個数をその単項式の **次数**（じすう） といい，文字以外の数の部分を **係数**（けいすう） という。

例 4 単項式の次数と係数

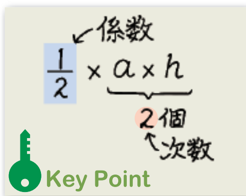
次の単項式の次数と係数を求めてみよう。

(1) $\frac{1}{2}ah$ (2) x^3 (3) $-x^2y$

▶▶ (1) $\frac{1}{2}ah=\boxed{\frac{1}{2}}\times\underbrace{a\times h}_{2\text{個}}$ だから，次数は 2，係数は $\boxed{\frac{1}{2}}$

(2) $x^3=\boxed{1}\times\underbrace{x\times x\times x}_{3\text{個}}$ だから，次数は 3，係数は $\boxed{1}$

(3) $-x^2y=\boxed{-1}\times\underbrace{x\times x\times y}_{3\text{個}}$ だから，次数は 3，係数は $\boxed{-1}$



問 4 次の単項式の次数と係数を求めなさい。

(1) $5a$ (2) $3a^2$ (3) a^2b^3

(4) $-2x^4$ (5) $\frac{1}{3}xy^2$ (6) $-a^3b$

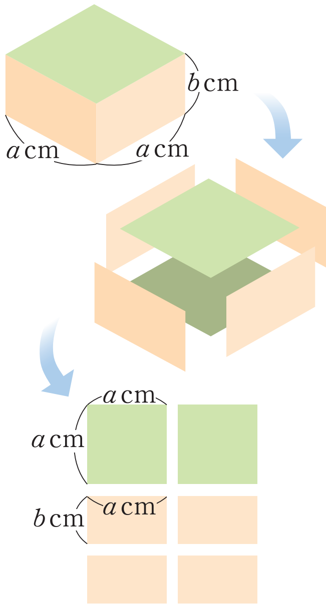
多項式

1 辺の長さが a cm の正方形を底面として，高さが b cm の直方体の表面積は

$$a \times a \times 2 + a \times b \times 4$$

$$= 2a^2 + 4ab \ (\mathrm{cm}^2) \quad \text{------③}$$

である。



③のように，単項式の和の形で表される式を **多項式**（たこうしき） という。

多項式の中の 1 つ 1 つの単項式を **項**（こう） といい，各項の次数のうち，最も高いものをその多項式の **次数**（じすう） という。

また，文字を含まない項を **定数項**（ていすうこう） という。

例 5　多項式の次数と定数項

次の多項式の次数と定数項を求めてみよう。

(1)　$3a^2 + 4a + 5$　　(2)　$x^2y + x - 6$

▶▶ (1)　$\underbrace{\underset{\text{次数は }2}{3a^2} + \underset{\text{次数は }1}{4a}}_{\text{最も高い次数は }2} + \underset{\text{定数項（文字なし）}}{\boxed{5}}$

よって　次数は 2

定数項は 5

▶▶ (2)　$\underbrace{\underset{\text{次数は }3}{x^2y} + \underset{\text{次数は }1}{x}}_{\text{最も高い次数は }3} + \underset{\text{定数項（文字なし）}}{(\boxed{-6})}$

よって　次数は 3

定数項は -6

問 5

次の多項式の次数と定数項を求めなさい。

(1)　$2x + 3$

(2)　$x^2 + 8x + 4$

(3)　$a^2b - 2a - 1$

(4)　$2xy^2 + z^3$

整式の整理

単項式と多項式をあわせて **整式** という。次数が 2 である整式を **2 次式**，次数が 3 である整式を **3 次式**，……のように，次数が n である整式を **n 次式** という。

例 6 n 次式

(1) $2a+3$ は 1 次式　(2) x^2-4x+1 は 2 次式

(3) a^3-2a^2+a は 3 次式　(4) $-x^5$ は 5 次式

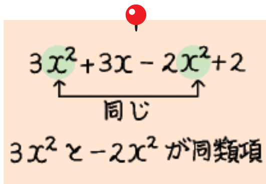
問 6 次の整式は何次式であるか答えなさい。

(1) $3x^2-5x+1$　(2) $-a^3+6a$　(3) x^4-1

整式の中で，文字の部分が同じ項を **同類項** という。

整式は，同類項があれば 1 つにまとめ，ふつう次数の高い項から順に並べて整理する。

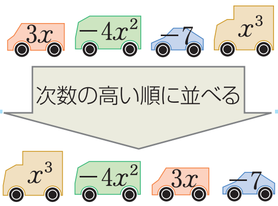
このことを **降べきの順** に整理するという。



例 7 次数の高い順に並べる

$3x-4x^2-7+x^3$ を降べきの順に並べてみよう。

▶▶ $3x-4x^2-7+x^3=x^3-4x^2+3x-7$



問 7 次の整式を降べきの順に並べなさい。

(1) $4x-3x^3+2x^2-1+x^4$　(2) $6-x^3-4x+x^2$

例 8 同類項をまとめて整理する

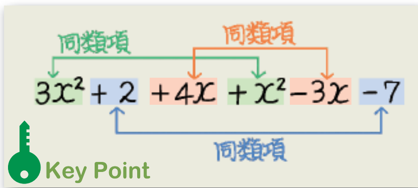
$3x^2+2+4x+x^2-3x-7$ を降べきの順に整理してみよう。

▶▶ $3x^2+2+4x+x^2-3x-7$

$=(3x^2+x^2)+(4x-3x)+(2-7)$

$=(3+1)x^2+(4-3)x+(-5)$

$=4x^2+x-5$



問 8 次の整式を降べきの順に整理しなさい。

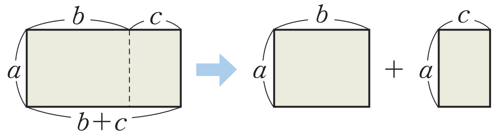
(1) $x+1+3x+4$　(2) $3x^2+4x-x^2+2x$

(3) $x^2-4x+x-3x^2+2$　(4) $3x^2+5-2x^2-x-3$

(5) $2x-x^2+4+2x^2-x$　(6) $x^3-4x^2-3-x^3+x^2-1$

かっこのはずし方

縦の長さ a，横の長さ $(b+c)$ の長方形を右の図のように分けると，面積は次のように表せる。



$$a(b+c)=a\times b+a\times c$$

かっこをはずすときは，かっこの外の数を中の各項にかける。 ← ●(■＋▲)
＝●×■＋●×▲

例 9 　（　）のはずし方

次の式のかっこをはずしてみよう。

▶▶ (1) $2(x+3)=2\times x+2\times 3=2x+6$

(2) $-3(x^2-x+2)=(-3)\times x^2+(-3)\times(-x)+(-3)\times 2$
$=-3x^2+3x-6$

(3) $-(2x^2+x-2)=(-1)\times 2x^2+(-1)\times x+(-1)\times(-2)$
$=-2x^2-x+2$

問 9 次の式のかっこをはずしなさい。

(1) $3(x+4)$　　(2) $5(2a^2-4a+3)$

(3) $-2(x^2-x-1)$　　(4) $-(3a^2-2a+4)$

かっこが 2 重についているときは，次のようにしてかっこをはずす。

例 10 　｛　｝のはずし方

$3\{a+2(b-c)\}$ のかっこをはずしてみよう。

▶▶ $3\{a+2(b-c)\}=3\{a+2\times b+2\times(-c)\}$
$=3(a+2b-2c)$
$=3\times a+3\times 2b+3\times(-2c)$
$=3a+6b-6c$

← (　) を小かっこ
｛　｝を中かっこという。
かっこを 2 重につけるときは，小かっこの外側に中かっこをかく。

問 10 次の式のかっこをはずしなさい。

(1) $3\{2(a-b)+3c\}$　　(2) $4\{3a-2(b-1)\}$

3 整式の加法・減法

ねらい 整式どうしのたし算・ひき算を学ぼう。

整式の加法と減法は，かっこをはずし，同類項をまとめて計算する。

例題 1 整式の加法と減法

$A=x^2+2x-4$，$B=2x^2-3x+6$ のとき，
$A+B$ と $A-B$ を計算しなさい。

解答

$A+B=(x^2+2x-4)+(2x^2-3x+6)$ ←かっこをつけて表す。

$=x^2+2x-4+2x^2-3x+6$ ←かっこをはずす。

$=(x^2+2x^2)+(2x-3x)+(-4+6)$ ←同類項をまとめる。

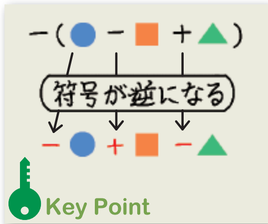
$=\mathbf{3x^2-x+2}$ 答

$A-B=(x^2+2x-4)-(2x^2-3x+6)$

$=x^2+2x-4-2x^2+3x-6$

$=(x^2-2x^2)+(2x+3x)+(-4-6)$

$=\mathbf{-x^2+5x-10}$ 答



問 11 次の 2 つの整式 A，B について，$A+B$ と $A-B$ を計算しなさい。

(1) $A=4x^2+3x-1$，　$B=x^2-x-2$

(2) $A=-x^2+5x+2$，　$B=2x^2+4x-3$

(3) $A=x^2+4x-3$，　$B=-2x^2-4x+5$

例題 1 は，次のように縦がきで計算してもよい。

$$\begin{array}{rrrr} & A+B & & \\ & x^2 & +2x & -4 \\ +) & 2x^2 & -3x & +6 \\ \hline & 3x^2 & -x & +2 \end{array} \qquad \begin{array}{rrrr} & A-B & & \\ & x^2 & +2x & -4 \\ -) & 2x^2 & -3x & +6 \\ \hline & -x^2 & +5x & -10 \end{array}$$

←同類項を縦にそろえる。

やや複雑な整式の加法や減法も，整式にかっこをつけて表してから計算する。

例題 2　やや複雑な整式の加法と減法

$A=4x^2-x+3$，$B=x^2+3x-2$ のとき，次の計算をしなさい。

(1) $3A+2B$　　(2) $2A-5B$

解答

(1) $3A+2B=3(4x^2-x+3)+2(x^2+3x-2)$　←かっこをつけて表す。

$=12x^2-3x+9+2x^2+6x-4$　←かっこをはずす。

$=(12x^2+2x^2)+(-3x+6x)+(9-4)$　←同類項をまとめる。

$=\mathbf{14x^2+3x+5}$　**答**

(2) $2A-5B=2(4x^2-x+3)-5(x^2+3x-2)$

$=8x^2-2x+6-5x^2-15x+10$

$=(8x^2-5x^2)+(-2x-15x)+(6+10)$

$=\mathbf{3x^2-17x+16}$　**答**

問 12 $A=4x^2+2x-5$，$B=3x^2-x+1$ のとき，次の計算をしなさい。

(1) $3A+2B$　　(2) $2A-5B$

(3) $-2A+B$　　(4) $-A-3B$

補充練習 1

▶解答は p.172

$A=3x^2-x+2$，$B=2x^2+3x-4$ のとき，次の計算をしなさい。

(1) $A+B$

(2) $A-B$

(3) $3A+2B$

(4) $2A-3B$

★(5) $4(2A-B)-(6A-5B)$

★(6) $8(3B-A)+6(A-4B)$

★(7) $5(5A+4B)-7(4A+3B)$

Hint 式を整理してから代入する。

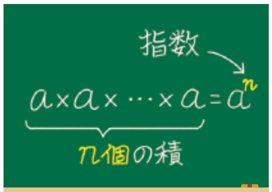
4 整式の乗法

ねらい 整式どうしのかけ算を学ぼう。

指数法則

$a\times a=a^2$，$a\times a\times a=a^3$ のように a をいくつかかけあわせたものを a の **累乗**（るいじょう） という。a を n 個かけあわせたものを a の **n 乗**（じょう） といい，$\boldsymbol{a^n}$ とかく。

このとき，n を a^n の **指数**（しすう） という。また，$a=a^1$ である。



累乗の計算では，指数は次のように計算する。

$$a^2\times a^3=\underbrace{(\underbrace{a\times a}_{2個})\times(\underbrace{a\times a\times a}_{3個})}_{(2+3)個}$$

$$=a^{2+3}=a^5$$

$$(a^2)^3=a^2\times a^2\times a^2$$

←a^2 を 3 個かけあわせる。

$$=\underbrace{(\underbrace{a\times a}_{2個})\times(\underbrace{a\times a}_{2個})\times(\underbrace{a\times a}_{2個})}_{(2\times 3)個}$$

$$=a^{2\times 3}=a^6$$

$$(ab)^3=ab\times ab\times ab$$

←ab を 3 個かけあわせる。

$$=(a\times b)\times(a\times b)\times(a\times b)$$

$$=(\underbrace{a\times a\times a}_{3個})\times(\underbrace{b\times b\times b}_{3個})$$

←同じ文字をまとめる。

$$=a^3\times b^3=a^3b^3$$

一般に，次の **指数法則**（しすうほうそく） が成り立つ。

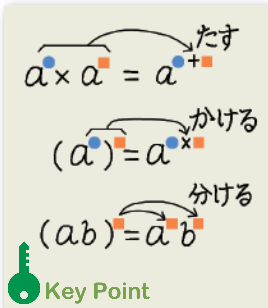
指数法則

m，n を正の整数とするとき

1 $\boldsymbol{a^m\times a^n=a^{m+n}}$　**2** $\boldsymbol{(a^m)^n=a^{m\times n}}$

3 $\boldsymbol{(ab)^n=a^nb^n}$

↑正の整数とは，1，2，3，…… である。



例 11　　指数法則

指数法則を用いて計算してみよう。

▶▶ (1)　$x^3 \times x^4 = x^{3+4}$
$= x^7$

(2)　$x^7 \times x = x^{7+1}$
$= x^8$

← (2) $x = x^1$

(3)　$(x^2)^5 = x^{2\times 5}$
$= x^{10}$

(4)　$(xy)^4 = x^4y^4$

問 13　指数法則を用いて計算しなさい。

(1)　$x^4 \times x^5$　　(2)　$y \times y^5$

(3)　$(x^3)^4$　　(4)　$(y^7)^3$

(5)　$(xy)^5$　　(6)　$(x^2y)^3$

（単項式）×（単項式）

単項式どうしの乗法では，係数どうし，文字どうしのかけ算をしてからまとめる。

例 12　　単項式どうしの乗法

次の計算をしてみよう。

▶▶ (1)　$2x^2 \times 3x^5 = \underbrace{(2 \times 3)}_{\text{係数}} \times \underbrace{(x^2 \times x^5)}_{\text{文字}}$

$= 6 \times x^{2+5} = 6x^7$

(2)　$a^3b^2 \times 2a^2b = 2 \times (a^3 \times a^2) \times (b^2 \times b)$

$= 2 \times a^{3+2} \times b^{2+1}$

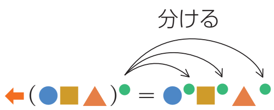
$= 2a^5b^3$

← $b = b^1$

(3)　$(-2x^2y)^3 = (-2)^3 \times (x^2)^3 \times y^3$

$= (-8) \times x^{2\times 3} \times y^3$

$= -8x^6y^3$



問 14　次の計算をしなさい。

(1)　$4x^2 \times 3x^4$　　(2)　$3a^4 \times (-2a^3)$

(3)　$x^2y^3 \times 3x^3y$　　(4)　$2a^2b \times (-3ab)$

(5)　$(3x^2y^3)^2$　　(6)　$(-3ab^2)^3$

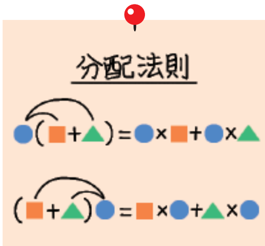
(7)　$(4x^2y)^2 \times (-2xy^2)$　　(8)　$(-ab^3)^2 \times (2a^3b) \times (-3a^2b^2)$

（単項式）×（多項式）

整式どうしのかけ算をして，単項式の和の形で表し，1つの多項式の形に整理することを **展開**（てんかい） するという。

単項式と多項式の乗法では，次の分配法則を用いて展開する。

$A(B+C)=AB+AC$　　$(A+B)C=AC+BC$



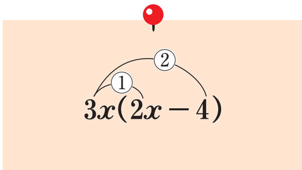
例 13　単項式と多項式の乗法

次の式を展開してみよう。

(1)　$3x(2x-4)$

$= \underbrace{3x\times 2x}_{\text{①}} + \underbrace{3x\times(-4)}_{\text{②}}$

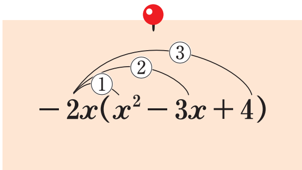
$= 6x^2-12x$



(2)　$-2x(x^2-3x+4)$

$= \underbrace{-2x\times x^2}_{\text{①}} + \underbrace{(-2x)\times(-3x)}_{\text{②}} + \underbrace{(-2x)\times 4}_{\text{③}}$

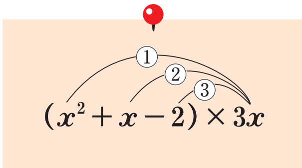
$= -2x^3+6x^2-8x$



(3)　$(x^2+x-2)\times 3x$

$= \underbrace{x^2\times 3x}_{\text{①}} + \underbrace{x\times 3x}_{\text{②}} + \underbrace{(-2)\times 3x}_{\text{③}}$

$= 3x^3+3x^2-6x$



問 15　次の式を展開しなさい。

(1)　$5x(2x-3)$

(2)　$-x(3x+4)$

(3)　$(3x+1)\times 2x$

(4)　$(x-4)\times(-3x)$

(5)　$2x(x^2-3x+1)$

(6)　$-3x(2x^2+5x-3)$

(7)　$(x^2-4x+3)\times 7x$

(8)　$(2x^2+3x-5)\times(-4x)$

(多項式)×(多項式)

多項式と多項式の乗法では，次のようにして展開する。

例 14 多項式どうしの乗法

次の式を展開してみよう。

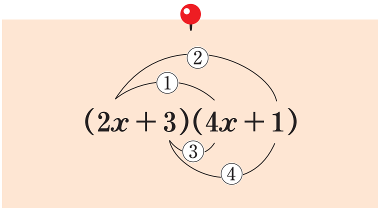
▶▶(1) $(2x+3)(4x+1)$

$= \underbrace{2x\times 4x}_{①}+\underbrace{2x\times 1}_{②}+\underbrace{3\times 4x}_{③}+\underbrace{3\times 1}_{④}$

$= 8x^2+2x+12x+3$

同類項

$= 8x^2+14x+3$



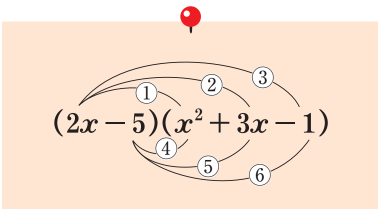
(2) $(2x-5)(x^2+3x-1)$

$= \underbrace{2x\times x^2}_{①}+\underbrace{2x\times 3x}_{②}+\underbrace{2x\times(-1)}_{③}+\underbrace{(-5)\times x^2}_{④}+\underbrace{(-5)\times 3x}_{⑤}+\underbrace{(-5)\times(-1)}_{⑥}$

$= 2x^3+6x^2-2x-5x^2-15x+5$

同類項　同類項

$= 2x^3+x^2-17x+5$



上の例のように，展開した式の中に同類項があるときは，それらをまとめる。

問 16 次の式を展開しなさい。

(1) $(x+3)(3x+4)$　(2) $(3x+1)(x-2)$

(3) $(x-3)(2x+5)$　(4) $(2x-3)(4x-1)$

(5) $(x+2)(x^2+3x+3)$　(6) $(x-2)(x^2+x-4)$

(7) $(2x+5)(x^2-3x-1)$　(8) $(2x-1)(4x^2+2x+3)$

補充練習 2

▶解答は p.172

次の式を展開しなさい。

(1) $xy(x-y+2)$　(2) $(x^2-xy-y^2)\times(-3xy)$

(3) $(x^2-x)(3x+1)$　(4) $(3x^2-2)(3x^2+2)$

(5) $(2x-4)(x^2+2x+1)$　★(6) $(x^2-x-3)(3x-2)$

5 乗法公式による展開

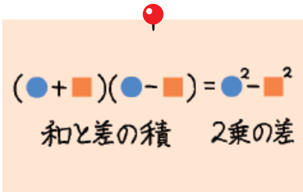
ねらい 公式を用いて整式どうしのかけ算を展開してみよう。

乗法公式

多項式の乗法では，次の乗法公式を用いて展開すると便利である。

乗法公式 I

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$



例 15 乗法公式 I

乗法公式 I を用いて展開してみよう。

▶▶ $(2x+3)(2x-3)=(2x)^2-3^2=4x^2-9$

$(\bigcirc+\square)(\bigcirc-\square)=\bigcirc^2-\square^2$

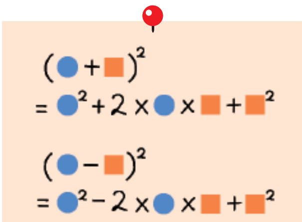
問 17 次の式を展開しなさい。

(1) $(x+2)(x-2)$　　(2) $(3x+1)(3x-1)$

乗法公式 II

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$



例 16 乗法公式 II

乗法公式 II を用いて展開してみよう。

▶▶(1) $(x+4)^2=x^2+2\times x\times 4+4^2=x^2+8x+16$

$(\bigcirc+\square)^2=\bigcirc^2+2\times\bigcirc\times\square+\square^2$

(2) $(2x-3)^2=(2x)^2-2\times(2x)\times 3+3^2=4x^2-12x+9$

$(\bigcirc-\square)^2=\bigcirc^2-2\times\bigcirc\times\square+\square^2$

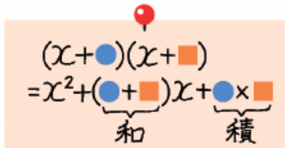
問 18 次の式を展開しなさい。

(1) $(x+3)^2$　　(2) $(5x+2)^2$

(3) $(x-5)^2$　　(4) $(3x-4)^2$

乗法公式Ⅲ

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$$



例 17 乗法公式Ⅲ

乗法公式Ⅲを用いて展開してみよう。

▶▶(1) $(x+2)(x+3)=x^2+(2+3)x+2\times3=x^2+5x+6$

$(x+◯)(x+□)=x^2+(◯+□)x+◯\times□$

(2) $(x+2)(x-3)=x^2+\{2+(-3)\}x+2\times(-3)=x^2-x-6$

問 19 次の式を展開しなさい。

(1) $(x+2)(x+5)$　(2) $(x+4)(x-1)$

(3) $(x-7)(x+6)$　(4) $(x-3)(x-5)$

乗法公式Ⅳ

$$(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$$

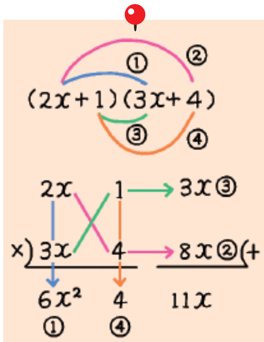
例 18 乗法公式Ⅳ

乗法公式Ⅳを用いて展開してみよう。

▶▶ $(2x+1)(3x+4)$

$=(2\times3)x^2+(2\times4+1\times3)x+1\times4$

$=6x^2+11x+4$



問 20 次の式を展開しなさい。

(1) $(2x+1)(3x+5)$　(2) $(x-2)(2x+1)$

(3) $(3x+1)(2x-5)$　(4) $(2x-1)(3x-2)$

補充練習 3

▶解答は p.172, 173

次の式を展開しなさい。

(1) $(4x-5)(4x+5)$　(2) $(2x+3y)(2x-3y)$

(3) $(x+6)^2$　(4) $(2x+y)^2$

(5) $(2x-5)^2$　(6) $(3x-2y)^2$

(7) $(x-8)(x+7)$　(8) $(x+y)(x+2y)$

(9) $(2x+3)(3x-1)$　(10) $(x-3y)(2x+y)$

展開のくふう

式の一部を1つの文字でおきかえることで，乗法公式を利用した展開ができる。

例題3 おきかえによる展開

次の式を展開しなさい。

(1) $(x+y+2)(x+y-2)$

(2) $(x+y+z)^2$

(3) $(x-y+1)(x-y+3)$

解答

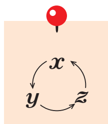
(1) $x+y=A$ とおくと

$$(x+y+2)(x+y-2)$$
$$=(A+2)(A-2)$$
←乗法公式Ⅰを利用
$$=A^2-2^2$$
$$=(x+y)^2-4$$
←A を $x+y$ にもどして乗法公式Ⅱを利用
$$=\boldsymbol{x^2+2xy+y^2-4}$$ 答

(2) $x+y=A$ とおくと

$$(x+y+z)^2$$
$$=(A+z)^2$$
←乗法公式Ⅱを利用
$$=A^2+2Az+z^2$$
$$=(x+y)^2+2(x+y)z+z^2$$
←A を $x+y$ にもどして乗法公式Ⅱを利用
$$=x^2+2xy+y^2+2xz+2yz+z^2$$
$$=\boldsymbol{x^2+y^2+z^2+2xy+2yz+2zx}$$ 答

←ここでは xz を zx とかく。



(3) $x-y=A$ とおくと

$$(x-y+1)(x-y+3)$$
$$=(A+1)(A+3)$$
←乗法公式Ⅲを利用
$$=A^2+4A+3$$
$$=(x-y)^2+4(x-y)+3$$
←A を $x-y$ にもどして乗法公式Ⅱを利用
$$=\boldsymbol{x^2-2xy+y^2+4x-4y+3}$$ 答

問21 次の式を展開しなさい。

(1) $(x+2y+4)(x+2y-4)$　(2) $(x+y+2)^2$

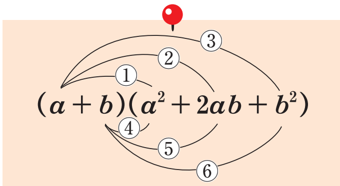
(3) $(x+y-2)(x+y+3)$　(4) $(x-2y+1)(x-2y-2)$

Advanced 発展

$(a+b)^3$，$(a-b)^3$ の展開

$(a+b)^3$ の展開をしてみよう。

$$
\begin{aligned}
&(a+b)^3\\
&=(a+b)(a+b)^2\\
&=(a+b)(a^2+2ab+b^2)\\
&=\underset{①}{a^3}+\underset{②}{2a^2b}+\underset{③}{ab^2}+\underset{④}{a^2b}+\underset{⑤}{2ab^2}+\underset{⑥}{b^3}\\
&=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3
\end{aligned}
$$

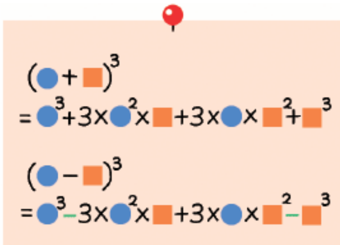


⬅同類項をまとめる。

同様にして，$(a-b)^3$ を展開することができ，これらをまとめると，次の公式が成り立つ。

乗法公式V

$$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$$
$$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$$



例　乗法公式V

乗法公式Vを用いて展開してみよう。

▶▶(1)　$(x+2)^3=x^3+3\times x^2\times 2+3\times x\times 2^2+2^3$

$(\bigcirc+\square)^3=\bigcirc^3+3\times\bigcirc^2\times\square+3\times\bigcirc\times\square^2+\square^3$

$=x^3+6x^2+12x+8$

(2)　$(2x-1)^3=(2x)^3-3\times(2x)^2\times 1+3\times(2x)\times 1^2-1^3$

$(\bigcirc-\square)^3=\bigcirc^3-3\times\bigcirc^2\times\square+3\times\bigcirc\times\square^2-\square^3$

$=2^3\times x^3-3\times 2^2\times x^2\times 1+3\times 2\times x\times 1^2-1^3$

$=8x^3-12x^2+6x-1$

問　次の式を展開しなさい。

(1)　$(x+1)^3$　　(2)　$(2x+3)^3$

(3)　$(x-2)^3$　　(4)　$(3x-2)^3$

6 因数分解

ねらい 乗法公式の逆を用いて，整式をいくつかの整式の積の形で表してみよう。

$$(x+1)(x+2)=x^2+3x+2$$

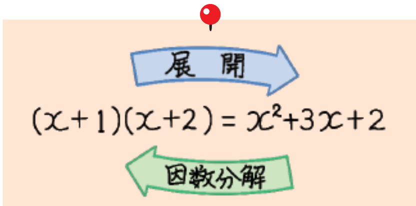
と展開した式の左辺と右辺を入れかえた式は

$$x^2+3x+2=(x+1)(x+2) \quad \text{------①}$$

よって，左辺の整式は 2 つの整式 $x+1$ と $x+2$ の積の形で表すことができる。

①のように，1 つの整式を 2 つ以上の整式の積の形で表すことを **因数分解**（いんすうぶんかい） するという。

このとき，$x+1$ や $x+2$ を x^2+3x+2 の **因数**（いんすう） という。



共通因数を取り出す因数分解

1 つの整式の各項に共通な因数があるときは，その共通因数を取り出して因数分解する。

← 共通因数を取り出すことを，「くくる」ともいう。

例 19 共通因数の取り出し

共通因数を取り出して因数分解してみよう。

(1) $x^2+3x=x\times x+3\times x$

$=x(x+3)$

← $(x+3)x$ とかいてもよい。

(2) $6a^2b-4ab^2=2ab\times 3a-2ab\times 2b$

$=2ab(3a-2b)$

← 数も含めてすべての共通因数を取り出す。

例 19 の(2)を $ab(6a-4b)$ とすると，まだかっこの中に共通因数 2 が残っている。因数分解は，上で示したようにすべての共通因数を取り出さなければならない。

問 22 次の式を因数分解しなさい。

(1) x^2+5x (2) x^2-x

(3) $2ab-2ac$ (4) $2a^2+4a$

(5) $2ab^2-ab$ (6) $8x^2y-6xy$

2 次式の因数分解

乗法公式の両辺を入れかえると，因数分解の公式ができる。

因数分解の公式 I

$$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$$

$\bullet^2-\blacksquare^2=(\bullet+\blacksquare)(\bullet-\blacksquare)$

2乗の差　和と差の積

例 20　因数分解の公式 I

因数分解の公式 I を用いて因数分解してみよう。

▶▶ $4x^2-9=(2x)^2-3^2=(2x+3)(2x-3)$

$\bigcirc^2-\square^2=(\bigcirc+\square)(\bigcirc-\square)$

問 23　次の式を因数分解しなさい。

(1)　x^2-4　　(2)　$16x^2-1$　　(3)　$9x^2-25$

因数分解の公式 II

$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$$
$$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$$

$\bullet^2+2\times\bullet\times\blacksquare+\blacksquare^2$
$=(\bullet+\blacksquare)^2$

$\bullet^2-2\times\bullet\times\blacksquare+\blacksquare^2$
$=(\bullet-\blacksquare)^2$

例 21　因数分解の公式 II

因数分解の公式 II を用いて因数分解してみよう。

▶▶ (1)　$x^2+8x+16=x^2+2\times x\times 4+4^2=(x+4)^2$

$\bigcirc^2+2\times\bigcirc\times\square+\square^2=(\bigcirc+\square)^2$

(2)　$x^2-6x+9=x^2-2\times x\times 3+3^2=(x-3)^2$

$\bigcirc^2-2\times\bigcirc\times\square+\square^2=(\bigcirc-\square)^2$

問 24　次の式を因数分解しなさい。

(1)　$x^2+10x+25$　　(2)　$x^2+14x+49$

(3)　$x^2-12x+36$　　(4)　$x^2-16x+64$

補充練習 4

▶解答は p.173

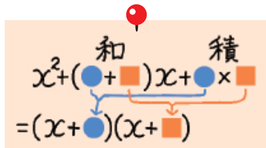
次の式を因数分解しなさい。

(1)　x^2-9　　★(2)　x^2-4y^2

(3)　x^2+6x+9　　★(4)　$x^2-4xy+4y^2$

因数分解の公式Ⅲ

$$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$$



例 22 因数分解の公式Ⅲ(1)

x^2-8x+7 を因数分解してみよう。

▶▶ 公式Ⅲの $a+b$ が -8，ab が 7 である。

$\boxed{1}$ $ab=7$ だから

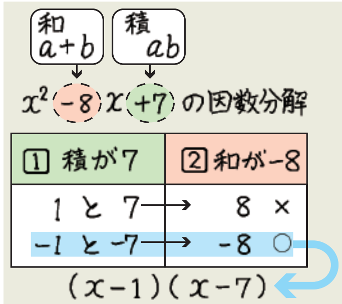
　　1 と 7，　-1 と -7

の 2 通りが考えられる。

$\boxed{2}$ このうち，$a+b=-8$ となるのは

　　-1 と -7

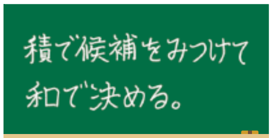
よって　$x^2-8x+7=(x-1)(x-7)$



問 25 次の式を因数分解しなさい。

(1)　x^2+8x+7　　(2)　x^2+6x-7

(3)　x^2-6x-7　　(4)　x^2+4x-5



例 23 因数分解の公式Ⅲ(2)

$x^2-2x-15$ を因数分解してみよう。

▶▶ 公式Ⅲの $a+b$ が -2，ab が -15 である。

$\boxed{1}$ $ab=-15$ だから

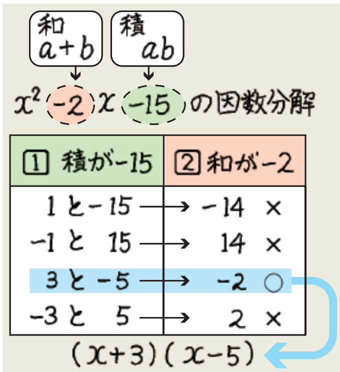
1 と -15，-1 と 15，3 と -5，-3 と 5

の 4 通りが考えられる。

$\boxed{2}$ このうち，$a+b=-2$ となるのは

　　3 と -5

よって　$x^2-2x-15=(x+3)(x-5)$



問 26 次の式を因数分解しなさい。

(1)　$x^2+8x+15$　　(2)　$x^2-16x+15$

(3)　x^2-7x-8　　(4)　x^2+2x-8

補充練習 5

▶解答は p.173

次の式を因数分解しなさい。

(1)　$x^2+4x-12$　　★(2)　$x^2+5xy+4y^2$　　★(3)　$x^2-xy-12y^2$

因数分解の公式Ⅳ

$$acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$$

例 24　因数分解の公式Ⅳ

$3x^2+7x+2$ を因数分解してみよう。

$$\overbrace{ac}^{\boxed{1}}x^2+(\overbrace{ad+bc}^{\boxed{3}})x+\overbrace{bd}^{\boxed{2}}$$
$$3x^2+7x+2$$

▶▶ 公式Ⅳの ac が 3，$ad+bc$ が 7，bd が 2 である。

$\boxed{1}$　$ac=3$ だから　$a=1$，$c=3$ とする。

$\boxed{2}$　$bd=2$ だから

　1×2，　2×1，　$(-1)\times(-2)$，　$(-2)\times(-1)$

の 4 通りが考えられる。

$\boxed{3}$　このうち，$ad+bc=7$ となる a，b，c，d を求めるのに，次のように考える。

↓この方法を「たすきがけ」という。

$$\begin{array}{cc|l} 1 & 1 & \to\ 3 \\ 3 & 2 & \to\ \underline{2}\ (+ \\ & & \quad\ 5 \end{array}\quad \boxed{\times}$$

$$\begin{array}{cc|l} 1 & 2 & \to\ 6 \\ 3 & 1 & \to\ \underline{1}\ (+ \\ & & \quad\ 7 \end{array}\quad \boxed{\bigcirc}$$

$$\begin{array}{cc|l} a & b & \to\ bc \\ c & d & \to\ \underline{ad}\ (+ \\ & & \quad ad+bc \end{array}$$

$$\begin{array}{cc|l} 1 & -1 & \to\ -3 \\ 3 & -2 & \to\ \underline{-2}\ (+ \\ & & \quad -5 \end{array}\quad \boxed{\times}$$

$$\begin{array}{cc|l} 1 & -2 & \to\ -6 \\ 3 & -1 & \to\ \underline{-1}\ (+ \\ & & \quad -7 \end{array}\quad \boxed{\times}$$

以上のことから

$a=1$，$b=2$，$c=3$，$d=1$ が適する。

よって　$3x^2+7x+2=(x+2)(3x+1)$

問 27　次の式を因数分解しなさい。

(1)　$2x^2+5x+3$　　(2)　$3x^2+x-2$

(3)　$5x^2-7x+2$　　(4)　$5x^2-9x-2$

(5)　$2x^2+9x-5$　　(6)　$2x^2-3x-5$

(7)　$3x^2+8x+4$　　(8)　$2x^2-13x+6$

補充練習 6

▶解答は p.173

次の式を因数分解しなさい。

(1)　$7x^2-15x+2$　　(2)　$2x^2+x-15$

(3)　$6x^2+11x+3$　　★(4)　$6x^2-11xy-2y^2$

いろいろな因数分解

26 ページと同じように，式の一部を 1 つの文字でおきかえることで，公式を利用した因数分解ができる。

例題 4 おきかえによる因数分解

次の式を因数分解しなさい。

(1) $(x-y)^2-16$

(2) $(2x+y)^2+(2x+y)-6$

解答

(1) $x-y=A$ とおくと

$(x-y)^2-16=A^2-4^2=(A+4)(A-4)$ ←因数分解の公式 I を利用

$=\boldsymbol{(x-y+4)(x-y-4)}$ 答 ←A を $x-y$ にもどす。

(2) $2x+y=A$ とおくと

$(2x+y)^2+(2x+y)-6$

$=A^2+A-6$

$=(A+3)(A-2)$ ←因数分解の公式Ⅲを利用

$=\boldsymbol{(2x+y+3)(2x+y-2)}$ 答 ←A を $2x+y$ にもどす。

問 28 次の式を因数分解しなさい。

(1) $(x+y)^2-4$ (2) $(2x-y)^2+3(2x-y)+2$

例題 5 1 つの文字に注目する因数分解

$xy-x+y-1$ を因数分解しなさい。

解答

$xy-x+y-1=(xy-x)+(y-1)$ ←x を含む項に注目する。

$=(y-1)x+(y-1)$

ここで，$y-1=A$ とおくと

$Ax+A=(x+1)A$ ←共通因数 A を取り出す。

$=\boldsymbol{(x+1)(y-1)}$ 答 ←A を $y-1$ にもどす。

問 29 次の式を因数分解しなさい。

(1) $xy+2x+y+2$ (2) $xy-3x-2y+6$

問題 1-1

☑ **1** $A=3x^2-x+2$，$B=-2x^2+5x-4$，$C=x^2-3x+1$ のとき，次の式を計算しなさい。

▶p. 18　例題 1
p. 19　例題 2

(1) $A+B$　　(2) $A-C$

(3) $2A+3B$　　★(4) $(A-B)+(C-A)$

☑ **2** 整式 $3x^2-6x-4$ に，ある整式 A を加えたら $-5x^2+x-3$ となった。整式 A を求めなさい。

▶p. 18　例題 1

☑ **3** 次の計算をしなさい。

▶p. 21　例 11
例 12

(1) $a^6\times a^5$　　(2) $a^2b\times ab^4$

(3) $3x^2\times 4x^5$　　(4) $2x^2y\times(-3xy^3)$

(5) $2x\times(-3x)^2$　　(6) $(-3a^3b^2)^3$

☑ **4** 次の式を展開しなさい。

▶p. 24〜26

(1) $(3x+2)(3x-2)$　　(2) $(3x-2y)(3x+2y)$

(3) $(5x-3)^2$　　(4) $(x-2)(x+6)$

(5) $(3x-2)(x+1)$　　(6) $(4x-3)(5x-1)$

(7) $(a-b+4)^2$　　(8) $(x-y-3)(x-y+1)$

☑ **5** 次の式を因数分解しなさい。

▶p. 28〜32

(1) a^2+7a　　(2) x^2-36

(3) $4x^2+12x+9$　　(4) $a^2+7a-18$

(5) $4x^2-5x+1$　　(6) $3a^2-17a+10$

(7) $6x^2+x-2$　　(8) $5a^2-6a-8$

(9) $4x^2-(x+1)^2$　　(10) $ab-3b-a+3$

☑ **6** $A=x+y$，$B=x-y$ のとき，次の式を計算しなさい。

(1) $A+B$　　(2) AB

★(3) A^2B+AB^2　　★(4) A^2+B^2

因数分解などの
くふうをして計算する。
Hint